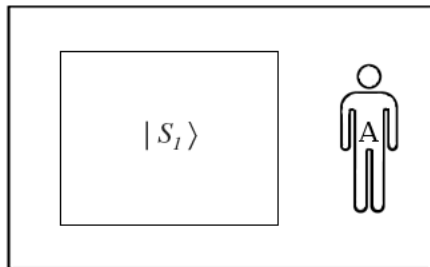


Viele-Welten-Interpretation

Fabian Schubert

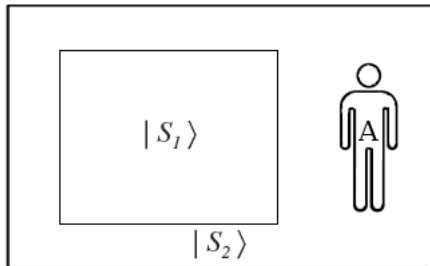
24. Mai 2013

Viele-Welten Interpretation



„Isolated somewhere out in space is a room containing an observer, A, who is about to perform a measurement upon a system S_1 . After performing his measurement he will record the result in his notebook. We assume that he knows the state function of S_1 , and that it is not an eigenstate of the measurement he is about to perform. A, being an orthodox quantum theorist, then believes that the outcome of his measurement is undetermined and that the process is correctly described by Process 1. (Bornsche Regel)

Viele-Welten Interpretation



„In the meantime, however, there is another observer, B, outside the room, who is in possession of the state function of the entire room, including S_1 , the measuring apparatus, and A, just prior to the measurement. B is only interested in what will be found in the notebook one week hence, so he computes the state function of the room for one week in the future according to Process 2 (Schrödingergleichung). One week passes, and we find B still in possession of the state function of the room, which this equally orthodox quantum theorist believes to be a complete description of the room and its contents. If B's state function calculation tells beforehand exactly what is going to be in the notebook, then A is incorrect in his belief about the indeterminacy of the outcome of his measurement. We therefore assume that B's state function contains non-zero amplitudes over several of the notebook entries. At this point, B opens the door to the room and looks at the notebook (performs his observation). Having observed the notebook entry, he turns to A and informs him [...], that since his (B's) wave function just prior to his entry into the room [...] had non-zero amplitude over other than the present result of the measurement, the result must have been decided only when B entered the room.“

Viele-Welten Interpretation

Wie löst Everett dieses Problem?

Viele-Welten Interpretation

Wie löst Everett dieses Problem?

„This concept of a *universal wave mechanics*, together with the necessary correlation machinery for its interpretation, forms a logically self consistent description of a universe in which several observers are at work.“

- Kein Kollaps der Wellenfunktion durch den Messprozess
- Deterministische Zeitentwicklung der Wellenfunktion durch die Schrödingergleichung
- Einführung *relativer Zustände*

Viele-Welten Interpretation

$$|\Psi^{S+A}\rangle = \sum_{j,k} c_{jk} |s_k\rangle \otimes |a_j\rangle$$

Viele-Welten Interpretation

$$|\Psi^{S+A}\rangle = \sum_{j,k} c_{jk} |s_k\rangle \otimes |a_j\rangle$$

relativer Zustand:

$$|A(s_k)\rangle = N_k \sum_j c_{kj} |a_j\rangle$$

hängt nicht von der Wahl der „restlichen“ Basis $\{s_n\} (n \neq k)$ ab

Viele-Welten Interpretation

$$|\Psi^{S+A}\rangle = \sum_{j,k} c_{jk} |s_k\rangle \otimes |a_j\rangle$$

relativer Zustand:

$$|A(s_k)\rangle = N_k \sum_j c_{kj} |a_j\rangle$$

hängt nicht von der Wahl der „restlichen“ Basis $\{s_n\} (n \neq k)$ ab

$$|\Psi^{S+A}\rangle = \sum_n \frac{1}{N_n} |s_n\rangle \otimes |A(s_n)\rangle$$

Wenn wir das Teilsystem S als das zu messende System betrachten und A als das Messsystem, so können wir einen Zustand des Gesamtsystems als eine Superposition von Paaren möglicher Zustände von S und deren zugehöriger relativer Zustände ausdrücken.

Viele-Welten Interpretation

Konkretes Beispiel:

Betrachte zu messendes System S mit Observable q und Messsystem A mit Observable r :

$$\psi^S(q, t = 0) = \varsigma(q)$$

$$\psi^A(r, t = 0) = A(r)$$

Viele-Welten Interpretation

Konkretes Beispiel:

Betrachte zu messendes System S mit Observable q und Messsystem A mit Observable r :

$$\begin{aligned}\psi^S(q, t = 0) &= \varsigma(q) \\ \psi^A(r, t = 0) &= A(r)\end{aligned}$$

Zum Zeitpunkt $t=0$, wo noch keine Wechselwirkung stattgefunden hat, lautet die Wellenfunktion des Gesamtsystems also:

$$\psi^{S+A}(q, r, t = 0) = \varsigma(q)A(r)$$

Viele-Welten Interpretation

Konkretes Beispiel:

Betrachte zu messendes System S mit Observable q und Messsystem A mit Observable r :

$$\begin{aligned}\psi^S(q, t=0) &= \varsigma(q) \\ \psi^A(r, t=0) &= A(r)\end{aligned}$$

Zum Zeitpunkt $t=0$, wo noch keine Wechselwirkung stattgefunden hat, lautet die Wellenfunktion des Gesamtsystems also:

$$\psi^{S+A}(q, r, t=0) = \varsigma(q)A(r)$$

Wir betrachten jetzt eine Interaktion im Zeitraum $t \in [0, \tau]$ mit dem Hamiltonian:

$$\hat{H}_{S+A} = -i\hbar q(\partial/\partial r)$$

Viele-Welten Interpretation

Die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi^{S+A}\rangle = \hat{H}_{S+A} |\psi^{S+A}\rangle$$

wird dann gelöst durch

$$\psi^{S+A}(q, r, \tau) = \varsigma(q) A(r - q\tau)$$

Viele-Welten Interpretation

Die Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi^{S+A}\rangle = \hat{H}_{S+A} |\psi^{S+A}\rangle$$

wird dann gelöst durch

$$\psi^{S+A}(q, r, \tau) = \varsigma(q) A(r - q\tau)$$

Dies lässt sich dann aber auch ausdrücken als:

$$\psi^{S+A}(q, r, \tau) = \int \varsigma(q') \delta(q - q') A(r - q\tau) dq'$$

Das heißt, wir haben eine Superposition von Paaren von Zuständen $\varsigma(q')$ und den zugehörigen relativen Zuständen

$$\psi_{q'} = \delta(q - q') A(r - q\tau)$$

Viele-Welten Interpretation

$\implies$ Alle möglichen Werte von q „existieren“.

Die die durch die Messung erhaltene Information drückt sich durch die Verschiebung von $A(r - q\tau)$ um $q\tau$ aus.

Viele-Welten Interpretation

Allgemeinere Betrachtung der Messung bei Everett:

„When dealing quantum mechanically with a system representing an observer we shall ascribe a state function, ψ^O , to it. When the state ψ^O describes an observer whose memory contains representations of the events A,B,...,C we shall denote this fact by appending the memory sequence, writing:“

$$\psi_{[A,B,\dots,C]}^O$$

Viele-Welten Interpretation

Er stellt 2 Regeln auf:

Viele-Welten Interpretation

Er stellt 2 Regeln auf:

1) Die Messung der Observablen A mit den Eigenfunktionen $\phi_i^{S_1}$, in einem System S_1 durch das Messsystem O, transformiert den gesamten Zustand auf folgende Weise:

$$\psi^{S_1} \psi^{S_2} \dots \psi^{S_n} \psi^O \longrightarrow \sum_i a_i \phi_i^{S_1} \psi^{S_2} \dots \psi^{S_n} \psi_{i[\dots, \alpha_i]}^O$$

Viele-Welten Interpretation

Er stellt 2 Regeln auf:

1) Die Messung der Observablen A mit den Eigenfunktionen $\phi_i^{S_1}$, in einem System S_1 durch das Messsystem O, transformiert den gesamten Zustand auf folgende Weise:

$$\psi^{S_1} \psi^{S_2} \dots \psi^{S_n} \psi^O \longrightarrow \sum_i a_i \phi_i^{S_1} \psi^{S_2} \dots \psi^{S_n} \psi_{i[\dots, \alpha_i]}^O$$

2) Regel 1) darf auf jedes Element eines zusammengesetzten Systems angewendet werden. Das heißt eine Messung von B, mit Eigenfunktionen $\eta_j^{S_2}$ in S_2 durch das Messsystem O transformiert

$$\sum_i a_i \phi_i^{S_1} \psi^{S_2} \dots \psi^{S_n} \psi_{i[\dots, \alpha_i]}^O$$

in den Zustand

$$\sum_{i,j} a_i b_j \phi_i^{S_1} \eta_j^{S_2} \psi^{S_3} \dots \psi^{S_n} \psi_{ij[\dots, \alpha_i, \beta_j]}^O$$

Viele-Welten Interpretation

Einfacher Fall:

$$\psi'^{S+O} = \sum_i a_i \phi_i \psi_{i[\dots, \alpha_i]}^O$$

„In each element of the superposition [...] the observer-system describes the observer as definitely percieving that particular system state.“

„With each succeeding observation, the observer state 'branches' into a number of different states.“

Viele-Welten Interpretation

Des Weiteren versucht Everett zu begründen, dass als *Maß* für die einzelnen Elemente eines Zustandes $\sum_i a_i \phi_i$ nur $m(a_i) = c a_i^* a_i$ (c=const.) möglich ist:

Viele-Welten Interpretation

Des Weiteren versucht Everett zu begründen, dass als *Maß* für die einzelnen Elemente eines Zustandes $\sum_i a_i \phi_i$ nur $m(a_i) = c a_i^* a_i$ ($c=\text{const.}$) möglich ist:

- Um Mehrdeutigkeit(“ambiguities“) zu vermeiden, könne m nur von der Amplitude der Koeffizienten abhängen: $m(a_i) = m(|a_i|)$
- Additivität: $\alpha \phi' = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i \Rightarrow m(\alpha) = \sum_{i=1}^n m(a_i)$

Viele-Welten Interpretation

Des Weiteren versucht Everett zu begründen, dass als *Maß* für die einzelnen Elemente eines Zustandes $\sum_i a_i \phi_i$ nur $m(a_i) = c a_i^* a_i$ ($c = \text{const.}$) möglich ist:

- Um Mehrdeutigkeit (“ambiguities”) zu vermeiden, könne m nur von der Amplitude der Koeffizienten abhängen: $m(a_i) = m(|a_i|)$

- Additivität: $\alpha \phi' = \sum_{i=1}^n a_i \phi_i \Rightarrow m(\alpha) = \sum_{i=1}^n m(a_i)$

Aufgrund der Orthonormalität von $\{\phi_i\}$ gilt $|\alpha| = (\sum_{i=1}^n a_i^* a_i)^{\frac{1}{2}}$

$$u_i = |a_i|$$

$$m(\alpha) = m((\sum_{i=1}^n u_i^2)^{\frac{1}{2}}) = \sum_{i=1}^n m(u_i) = \sum_{i=1}^n m(\sqrt{u_i^2})$$

Viele-Welten Interpretation

$$g(x) \equiv m(\sqrt{x})$$

$$g\left(\sum_{i=1}^n u_i^2\right) = \sum_{i=1}^n g(u_i^2) \Rightarrow g(x) = cx$$

$$g(x^2) = cx^2 = m(\sqrt{x^2}) = m(x)$$

$$\Rightarrow m(a_i) = m(u_i) = cu_i^2 = ca_i^* a_i$$

Viele-Welten Interpretation

$$g(x) \equiv m(\sqrt{x})$$

$$g\left(\sum_{i=1}^n u_i^2\right) = \sum_{i=1}^n g(u_i^2) \Rightarrow g(x) = cx$$

$$g(x^2) = cx^2 = m(\sqrt{x^2}) = m(x)$$

$$\Rightarrow m(a_i) = m(u_i) = cu_i^2 = ca_i^* a_i$$

$$\phi_i^{S_1} \phi_j^{S_2} \dots \phi_k^{S_r} \psi^{S_{r+1}} \dots \psi^{S_n} \psi_{[\alpha_i^1, \alpha_j^2, \dots, \alpha_k^r]}^O \Leftrightarrow M_{i,j\dots k} = (a_i a_j \dots a_k)^* (a_i a_j \dots a_k)$$

$$= M_i M_j \dots M_k \quad M_l = a_l^* a_l$$

“random sequences“

Viele-Welten Interpretation

Interpretation?

- Weder H. Everett, noch J. Wheeler haben den Begriff der „vielen Welten“ verwendet, sondern beschränken sich darauf, eine Überlagerung von Zuständen zu betrachten.
- Bryce DeWitt wählt diese Bezeichnung, und fügt hinzu: “All are equally real, and yet each is unaware of the others “
- Man muss sich allerdings fragen, welchen Nutzen eine solche Interpretation gegenüber der Standardinterpretation mit sich bringt, denn:(DeWitt)“Clearly the EWG view of quantum mechanics leads to experimental predictions identical with those of the Copenhagen view. This, of course, is its major weakness. “

Viele-Welten Interpretation

Ein weiteres Problem: Die bevorzugte Basis

Wer oder was entscheidet, in welcher Basis von S man die relativen Zustände von A formuliert?

Viele-Welten Interpretation

Ein weiteres Problem: Die bevorzugte Basis

Wer oder was entscheidet, in welcher Basis von S man die relativen Zustände von A formuliert?

$$|A\rangle \otimes |\varsigma\rangle = \sum_o c_o |A\rangle \otimes |o\rangle$$

Viele-Welten Interpretation

Ein weiteres Problem: Die bevorzugte Basis

Wer oder was entscheidet, in welcher Basis von S man die relativen Zustände von A formuliert?

$$|A\rangle \otimes |\varsigma\rangle = \sum_o c_o |A\rangle \otimes |o\rangle$$

andere Basis $\{|A'_o\rangle\}$:

$$|A_{o'}\rangle = \sum_o \langle A_o | A_{o'} \rangle |A_o\rangle$$

Viele-Welten Interpretation

Ein weiteres Problem: Die bevorzugte Basis

Wer oder was entscheidet, in welcher Basis von S man die relativen Zustände von A formuliert?

$$|A\rangle \otimes |\varsigma\rangle = \sum_o c_o |A\rangle \otimes |o\rangle$$

andere Basis $\{|A'_o\rangle\}$:

$$|A_{o'}\rangle = \sum_o \langle A_o | A_{o'} \rangle |A_o\rangle$$

$$\sum_o |A\rangle \otimes |o\rangle = \sum_{o'} |A_{o'}\rangle \otimes \sum_o c_o \langle A_{o'} | A_o \rangle |o\rangle = \sum_{o'} c''_{o'} |A_{o'}\rangle \otimes |o'\rangle$$

Viele-Welten Interpretation

- Bryce DeWitt and Neill Graham: „The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics“, 1973
- Gennaro Auletta, „Foundations and Interpretation of Quantum Mechanics“, 2001
- „Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics“, <http://plato.stanford.edu/entries/qm-manyworlds/>