

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK

BACHELOR-ARBEIT

Zerfälle des Vektor-Glueballs 1^{--}

Autorin:

Julia SAMMET

Erstgutachter:

Priv. Doz. Dr. Francesco GIACOSA
Institut für Theoretische Physik
Goethe-Universität Frankfurt am Main

Zweitgutachter:

Prof. Dr. Dirk H. RISCHKE
Institut für Theoretische Physik
Goethe-Universität Frankfurt am Main

15.08.2015

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, Vorhersagen für verschiedene Zerfallskanäle des Vektor-Glueballs zu treffen und deren Zerfallswahrscheinlichkeiten zu bestimmen, welche als Orientierung für zukünftige Experimente wie BES-III, PANDA und GlueX dienen sollen. Primär müssen Lagrange-Dichten konstruiert werden, welche diese Zerfälle beschreiben. Als Grundlage der Konstruktion solcher Lagrange-Dichten verwenden wir in dieser Arbeit ein effektives hadronisches Modell, das den Vektor-Glueball, sowie Mesonen, die aus den leichten Quarks u, d, s bestehen enthält. Wir werden zeigen, dass die von uns konstruierten Lagrange-Dichten die erforderlichen Symmetrien der Quantenchromodynamik erfüllen. Anschließend bestimmen wir verschiedene Zerfallskanäle des Vektor-Glueballs und geben deren Zerfallsprodukte und Zerfallswahrscheinlichkeiten an.

Inhaltsverzeichnis

1 Konventionen	5
2 Phänomenologie der Glueballs	7
2.1 Motivation	7
2.2 Was ist ein Glueball?	8
2.3 Experimentelle Suche nach (Vektor-)Glueballs	9
2.4 Ziel dieser Arbeit	11
3 Einführung in die Symmetrien des effektiven hadronischen Modells	13
3.1 Einführung der Mesonen-Nonets	14
3.2 Massen der Teilchen	14
3.3 Farb-Symmetrie	16
3.4 Flavour-Symmetrie	16
3.5 C und P Transformation	18
3.5.1 Ladungskonjugation	18
3.5.2 Parität	19
3.6 Lorentz-Symmetrie	20
4 Zerfall in Vektormesonen und Axial-Vektormesonen	23
4.1 Die effektive Lagrange-Dichte	23
4.2 Musterprozess	24
4.3 Betragsquadrat der Zerfallsamplitude	24
4.4 Alle Zerfallskanäle	28
4.5 Ergebnisse der Zerfallsbreiten	29
5 Zerfall in Vektormeson und pseudoskalare Mesonen	31
5.1 Die effektive Lagrange-Dichte	31
5.2 Musterprozess	31
5.3 Betragsquadrat der Zerfallsamplitude	32
5.4 Alle Zerfallskanäle	34
5.5 Ergebnisse der Zerfallsbreiten	36
6 Zerfall in Pseudovektor-Mesonen und pseudoskalare Mesonen	39
6.1 Die effektive Lagrange-Dichte	39
6.2 Musterprozess	39
6.3 Betragsquadrat der Zerfallsamplitude	40
6.4 Alle Zerfallskanäle	41
6.5 Ergebnis der Zerfallsbreiten	43

7 Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick	45
Danksagung	47
Literaturverzeichnis	48
Erklärung	51

1 Konventionen

Einheiten

In der gesamten Arbeit wird, wie in der Hochenergie-Physik üblich, das natürliche Einheitensystem verwendet:

$$\hbar = c = \varepsilon_0 = k_B = 1. \quad (1.1)$$

In diesem System hat die Masse die Dimension der Energie. So kann im Ruhesystem des Teilchens die Masse gleich der Energie gesetzt werden. Andere Größen, wie z.B. die Geschwindigkeit sind dimensionslos.

Metrik der speziellen Relativitätstheorie

Für den metrischen Tensor $g_{\mu\nu}$ im Minkowski-Raum verwenden wir folgende Vorzeichenkonvention:

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \text{diag}(1, -1, -1, -1). \quad (1.2)$$

Um Vierer-Vektoren und Dreier-Vektoren voneinander unterscheiden zu können, kennzeichnen wir die Vierer-Vektoren mit Großbuchstaben und die Dreier-Vektoren mit Kleinbuchstaben und einem Vektorpfeil:

$$X^\mu = (x^0, \vec{x})^T, \quad (1.3)$$

$$X_\mu = g_{\mu\nu} X^\nu = (x^0, -\vec{x}). \quad (1.4)$$

Gleiches gilt für die ko- und kontravarianten Ableitungen:

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial X^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla} \right)^T \quad \text{sowie} \quad \partial^\mu \equiv \frac{\partial}{\partial X_\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\vec{\nabla} \right). \quad (1.5)$$

Unter Verwendung dieser Konvention kann man die relativistische Energie-Impuls-Beziehung wie folgt schreiben:

$$P^2 = P_\mu P^\mu = P_\mu g_{\mu\nu} P^\nu = E^2 - \vec{p}^2 = m^2. \quad (1.6)$$

Konventionen der Indizes

Allgemein gilt die Einsteinsche Summenkonvention, nach der über doppelte Indizes summiert wird, ohne das Summenzeichen zu wiederholen.

Zunächst gilt, dass in den Lagrange-Dichten die Spin-Indizes, über die summiert wird, in lateinischer Schrift geschrieben werden, während die Lorentz-Indizes, welche über die Werte 0, 1, 2, 3 bzw t, x, y, z laufen, in griechischer Schrift geschrieben sind.

Konventionen der Teilchen

Den Vektor-Glueball kennzeichnen wir mit:

$$\text{Vektor-Glueball } \mathcal{O}^\mu.$$

Die Felder der Teilchen werden mit Großbuchstaben gekennzeichnet:

$$\begin{aligned} \text{Vektorfeld} & V^\mu, \\ \text{Axialvektorfeld} & A^\mu, \\ \text{Pseudo-Vektorfeld} & B^\mu, \\ \text{pseudoskalare Feld} & P. \end{aligned}$$

Für die Felder der Musterprozesse verwenden wir immer Kleinbuchstaben:

$$\begin{aligned} \text{Vektorfeld} & v^\mu, \\ \text{Axialvektorfeld} & a^\mu, \\ \text{Pseudo-Vektorfeld} & b^\mu, \\ \text{pseudoskalare Feld} & p. \end{aligned}$$

2 Phänomenologie der Glueballs

2.1 Motivation

Die Quantenchromodynamik (QCD), eine $SU(3)_c$ -Eichtheorie, welche invariant unter lokalen $SU(3)_c$ -Transformationen ist, beschreibt die starke Wechselwirkung zwischen Quarks und Gluonen [PS95]. Der nicht-Abelsche Charakter der $SU(3)$ Farb-Symmetrie, deren Gruppenelemente im Allgemeinen nicht vertauschen, sorgen für die Existenz einer Farbladung der Gluonen. Eine Eigenschaft der Quantenchromodynamik ist, dass alle Quarks ein sogenanntes Confinement anstreben. Das bedeutet: Quarks wechselwirken miteinander, bilden Hadronen und nehmen somit gebundene, farbneutrale Zustände an. Nach dem Quarkmodell können Hadronen aus Quark-Antiquark $q\bar{q}$ (Mesonen) oder aus drei Quarks qqq (Baryonen) gebundene, farbneutrale Zustände bilden. Da aber Gluonen wie Quarks farbgeladen sind, nimmt man an, dass diese ebenfalls gebundene, farbneutrale Zustände annehmen können. Gebundene Zustände, die nur aus mit sich selbst wechselwirkenden Gluonen bestehen, bezeichnet man als Glueballs.

Mit Hilfe der Gitter-Eichfeldtheorie konnte man die Quantenzahlen und Massen ver-

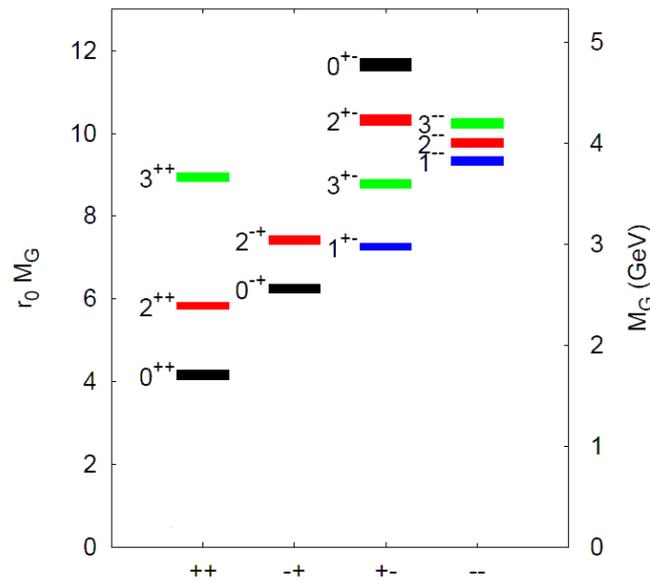


Abbildung 2.1: Massenspektrum verschiedener Glueball-Zustände aus Ref. [C⁺06].

schiedener Glueball-Zustände vorhersagen, wie in Abbildung 2.1 aus Ref.[C⁺06] zu sehen ist. Die Abbildung 2.1 zeigt die Vorhersagen der Massen für verschiedene Glueball-

Zustände, unter anderem auch die für den Vektor-Glueball. Auf der rechten Ordinate sind die Massen der Glueballs in GeV aufgetragen, auf der Abzisse die Quantenzahlen und auf der linken Ordinate die Glueballmasse in Zusammenhang mit der Länge r_0 , welche die typische hadronische Länge beschreibt. Numerisch ergab sich der Wert $r_0^{-1} = 410 \text{ MeV}$ und stammt aus Gittersimulationen.

Da man mit der Gitterfeldtheorie zwar die Glueballmassen bestimmen kann, aber noch nicht deren Zerfälle oder Zerfallsbreiten, werden wir dies nun in dieser Arbeit tun. Zudem gibt es einige Experimente, in denen Glueball-Zustände erzeugt werden, welche wir näher in Kapitel 2.3 beschreiben.

2.2 Was ist ein Glueball?

Hadronen sind Teilchen, die aus verschiedenen Quark- oder Gluonen-Zuständen bestehen. Man klassifiziert sie in Mesonen und Baryonen. Mesonen haben einen ganzzahligen Spin und bestehen in der Regel aus einem Quark-Antiquark-Paar $q\bar{q}$, während Baryonen einen halbzahligen Spin haben und in der Regel aus drei Quarks qqq bestehen. Neben den eben genannten Teilchen gibt es aber auch Mesonen, welche nur aus Gluonen bestehen. Auf Grund der Farbladung der Gluonen können diese miteinander wechselwirken. Einen mesonischen Zustand, der ausschließlich aus mit sich selbst wechselwirkenden Konstituent-Gluonen besteht, bezeichnet man als Glueball. Glueballs können aus unterschiedlich vielen Konstituent-Gluonen bestehen und haben dabei unterschiedliche Quantenzahlen und Massen. Als Konstituent-Gluonen bezeichnet man mit sich selbst wechselwirkende Gluonen die sogenannte Quasi-Teilchen, oder auch Konstituent-Teilchen, bilden. Quasi-Teilchen sind also eine Anregung eines Vielteilchen Systems, weisen aber eine Energie-Impuls-Beziehung eines Teilchens auf. Die Rechnungen aus Ref. [SFK12, BIP12, AN04] finden für das Konstituent-Gluon eine Masse von rund $\sim 800 \text{ MeV}$.

Man klassifiziert die verschiedenen Glueball-Zustände anhand ihres Spins. Der skalare Glueball ist demnach ein Spin-Null-Teilchen mit Parität und Ladungskonjugation $J^{PC} = 0^{++}$ aus minimal zwei Konstituent-Gluonen. Ein pseudoskalarer Glueball ist ein exotisches Meson mit Parität und Ladungskonjugation $J^{PC} = 0^{-+}$, dieser besteht ebenfalls aus mindestens zwei Konstituent-Gluonen. Kandidaten für diesen Glueball-Zustand 0^{-+} sind in Ref. [JGR14] diskutiert worden.

Auch der Tensor-Glueball besteht aus zwei Konstituent-Gluonen, hat aber im Unterschied zum skalaren Glueball einen nicht verschwindenden Gesamtspin, welche dem Glueball zusätzlich Energie, sprich Masse verleiht. Somit ist der Tensor-Glueball ein Spin-2-Teilchen mit Parität und Ladungskonjugation $J^{PC} = 2^{++}$ oder ein Pseudo-Tensor-Glueball mit Parität und Ladungskonjugation $J^{PC} = 2^{-+}$.

Der Vektor-Glueball ist dagegen ein Spin-1-Teilchen, welches sich aus mindestens drei Konstituent-Gluonen zusammensetzt. Denn das Konstituent-Gluon allein hat die Quantenzahlen $J^{PC} = 1^{--}$. Allgemein gilt für die C-Parität $(-1)^{n_{Gluon}}$, wobei n_{Gluon} die Anzahl der Gluonen ist. Zwei Konstituent-Gluonen haben demnach also eine C-Parität von $(-1)^2 = +1$. Um einen Vektor-Glueball mit $J^{PC} = 1^{--}$ zu erzeugen, braucht man also mindestens drei Konstituent-Gluonen.

Demnach hat der Vektor-Glueball auch mehr Masse als die beiden erstgenannten Glueball-Zustände. Auch vom Vektor-Glueball gibt es einen exotischen Zustand, den Pseudovektor-Glueball. Dieser hat die Ladungskonjugation und C-Parität $J^{PC} = 1^{+-}$.

2.3 Experimentelle Suche nach (Vektor-)Glueballs

Es sind verschiedene Experimente geplant, um Glueball-Zustände erzeugen zu können. Ein Beispiel dafür ist das Experiment PANDA, welches bei FAIR gebaut werden soll. Ist dieses Experiment im Betrieb, soll es über eine Proton-Antiproton-Kollision verschiedene Glueball-Zustände erzeugen können. Dabei wird das Antiproton beschleunigt und stößt auf ein ruhendes Proton. Diese fusionieren und strahlen Gluonen ab. Die Gluonen wiederum können auf Grund ihrer Farbladung miteinander wechselwirken und bilden Glueballs. Auf diese Weise können fast alle Glueball-Zustände produziert werden wie in Abbildung 2.2 aus Ref. [Bet07] zu sehen ist. Um bestimmte Glueball-Zustände zu erzeugen, berechnet man dafür die relativistische Energie des Antiprotons und schießt dieses dann auf das ruhende Proton. Im PANDA-Experiment wird es möglich sein, Glueballs im Energie-Bereich von 2.5 GeV - 5 GeV zu erzeugen. Für den Vektor-Glueball in dieser Arbeit wären es 3.8 GeV laut Lattice-QCD-Vorhersage. Glueball-Zustände mit exotischen Quantenzahlen können nicht aus einer Proton-Antiproton-Kollision direkt erzeugt werden, sondern nur zusammen mit anderen Teilchen. In Ref. [L⁺09] können mehr Informationen dazu entnommen werden.

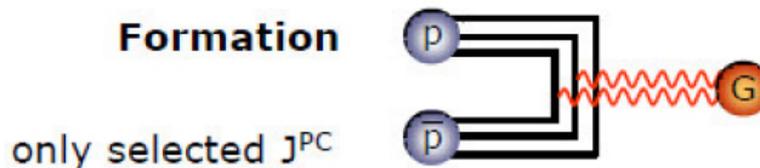


Abbildung 2.2: Proton-Antiproton-Zerfall aus Ref. [Bet07].

Ein weiteres laufendes Experiment, welches sich in Peking befindet, nennt sich BES-III. Dieses Experiment kann Vektor-Glueballs nur direkt erzeugen. BES-III lässt ein Elektron mit einem Positron fusionieren. Dabei entsteht ein Photon, das sich in Charm-Anticharm, z.B. eine J/Ψ -Resonanz umwandelt. Das Charmonium J/Ψ kann sich unter anderem in ein Photon und zwei Gluonen umwandeln, die einen Glueball bilden, wie in Abbildung 2.3 zu sehen ist.

Auf Grund der Ladungskonjugation und Paritätstransformation des Photons können nur Zustände mit Parität und Ladungskonjugation $J^{PC} = 1^{--}$ entstehen. Weitere Informationen können aus Ref. [Wan15, O⁺14] entnommen werden.

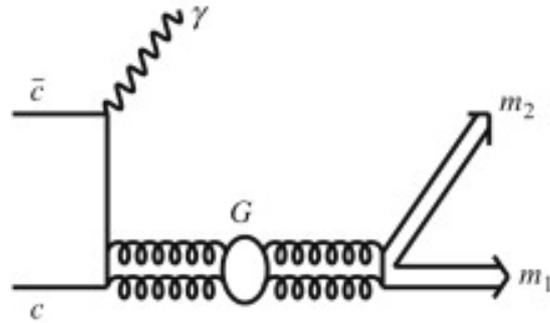


Abbildung 2.3: Möglicher Prozess bei BES-III: Radiativer Charm-Anticharm-Zerfall.

Auch in den USA soll es im Jahr 2015 noch ein Experiment geben, welches GlueX genannt wird und Glueball-Zustände indirekt in Photon-Proton-Streuprozessen erzeugen kann.

Die Abbildung 2.4 zeigt die tief-inelastische Photon-Proton-Streuung, aus der indirekt Gluebälle verschiedener Quantenzahlen erzeugt werden können. Der Zustand, welcher mögliche Glueball-Zustände zeigt, ist mit X gekennzeichnet. In Ref. [Eug12] ist der vollständige Versuch beschrieben.

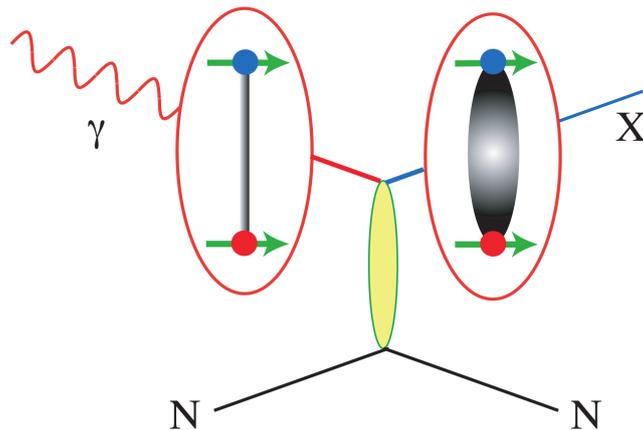


Abbildung 2.4: Tief-inelastische Photon-Proton-Streuung.

2.4 Ziel dieser Arbeit

Ziel dieser Arbeit ist es, Vorhersagen über Zerfallsbreiten verschiedener Vektor-Glueball-Kanäle und deren Verhältnisse zu treffen. Im Rahmen dieser Arbeit betrachten wir lediglich die Zerfälle in Mesonen, die aus den leichten Quarks u , d und s bestehen. Zu diesem Zweck benötigen wir Lagrange-Dichten, die diese Zerfälle beschreiben. In dem von uns konstruierten effektiven mesonischen Modell erstellen wir Lagrange-Dichten, welche die Symmetrien der vollen Quantenchromodynamik erfüllen. Besonders wichtig ist vor allem die sogenannte Flavour-Invarianz. Diese stammt aus der Tatsache, dass ein Gluon mit derselben Kopplungskonstante an alle Quark-Flavour gekoppelt ist. Aus der Flavour-Symmetrie können Beziehungen zwischen verschiedenen Zerfällen bestimmt werden. Die Vorhersagen dieser Arbeit können dann als Orientierung für kommende Experimente dienen.

Weitere Arbeiten mit Glueball-Zuständen sind in Ref. [Suz02, CH00, Hou97, Hou96, B⁺96, Rob77] zu finden.

3 Einführung in die Symmetrien des effektiven hadronischen Modells

In der Physik versteht man unter einer Symmetrie, dass die physikalischen Eigenschaften eines Systems unverändert bleiben, wenn man eine bestimmte Transformation durchführt. In der Quantenchromodynamik müssen wir auf Symmetrie-Eigenschaften wie z.B. Flavour-Symmetrie, Farb-Symmetrie sowie Paritäts- und Ladungskonjugation, Lorentz-Symmetrie etc. prüfen. Möchten wir im Rahmen eines effektiven Modells Zerfälle bestimmen, sollten wir sicher gehen, dass es die gleichen Symmetrie-Eigenschaften erfüllt wie die QCD-Lagrange-Dichte. Eine der Hauptresultate dieser Arbeit sind die von uns aufgestellten Lagrange-Dichten (3.2), welche wir nun auf einige dieser Symmetrien prüfen werden. Stellen wir fest, dass alle Symmetrien erfüllt werden, können wir die Vektor-Glueball-Zerfälle bestimmen.

Dabei setzt sich die Lagrange-Dichte aus einem allgemeinen Term \mathcal{L}_0 , welcher den kinetischen Anteil der Mesonen beschreibt und einem Wechselwirkungsterm \mathcal{L}_{int} , welcher die Zerfälle des Vektor-Glueballs in Mesonen beschreibt, zusammen:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_{int}. \quad (3.1)$$

Die nicht wechselwirkende Lagrange-Dichte \mathcal{L}_0 ist bereits aus [PKW⁺13] bekannt. Da \mathcal{L}_0 nicht direkt zu unseren Zerfallskanälen beiträgt, beschränken wir uns deshalb auf die Wechselwirkungs-Lagrange-Dichten \mathcal{L}_{int} . An dieser Stelle sei ausdrücklich vermerkt, dass wir im Folgenden statt \mathcal{L}_{int} für die Wechselwirkungs-Lagrange-Dichte nur noch \mathcal{L}_1 , \mathcal{L}_2 , \mathcal{L}_3 für die jeweiligen Zerfallskanäle schreiben werden, da nur diese Teile der Lagrange-Dichte zu unseren Zerfällen beitragen.

Die effektiven Lagrange-Dichten der verschiedenen Zerfallskanäle lauten:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu] \\ \mathcal{L}_2 &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P] \\ \mathcal{L}_3 &= g_3 \mathcal{O}^\mu \text{Tr}[P B^\mu] \end{aligned} \quad (3.2)$$

Im Rahmen dieser Arbeit genügt es, die Symmetrien auf mesonischer Ebene zu prüfen, um die Zerfallsbreiten aus der effektiven Lagrange-Dichten bestimmen zu können.

3.1 Einführung der Mesonen-Nonets

Mesonen lassen sich über ihre Quantenzahlen in sogenannte Mesonen-Nonets anordnen. Die allgemeine Darstellung für Drei-Quarks-Flavour kann als 3×3 Matrix dargestellt werden:

$$N_{ij} \hat{=} \begin{pmatrix} \bar{u}u & \bar{d}u & \bar{s}u \\ \bar{u}d & \bar{d}d & \bar{s}d \\ \bar{u}s & \bar{d}s & \bar{s}s \end{pmatrix} = \bar{q}_i(\dots)q_j. \quad (3.3)$$

Wie das effektive hadronische Modell und dementsprechend auch die Mesonen-Nonets für Zwei-Quarks-Flavour $N_f = 2$ und Drei-Quarks-Flavour $N_f = 3$ konstruiert werden, wissen wir bereits aus Ref. [PKW⁺13]. Deshalb führen wir hier nur diejenigen Mesonen auf, mit denen wir arbeiten werden. In den darauffolgenden Kapiteln zeigen wir ihre Symmetrien. Im Rahmen dieser Arbeit genügt es, die Symmetrien auf mesonischer Ebene zu zeigen. Die mikroskopischen Transformationen können ebenfalls in Ref. [PKW⁺13] nachgelesen werden.

$$V_{ij}^\mu \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\omega + \rho^0}{\sqrt{2}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & \frac{\omega - \rho^0}{\sqrt{2}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \phi \end{pmatrix}^\mu, \quad A_{ij}^\mu \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{f_{1,N,A} + a_1^0}{\sqrt{2}} & a_1^+ & K_{1,A}^+ \\ a_1^- & \frac{f_{1,N,A} - a_1^0}{\sqrt{2}} & K_{1,A}^0 \\ K_{1,A}^- & \bar{K}_{1,A}^0 & f_{1,S,A} \end{pmatrix}^\mu,$$

$$P_{ij} \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{\eta_n \pi^0}{\sqrt{2}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & \frac{\eta_n - \pi^0}{\sqrt{2}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & \eta_s \end{pmatrix}, \quad B_{ij}^\mu \hat{=} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{f_{1,N,B} + b_1^0}{\sqrt{2}} & b_1^+ & K_{1,B}^+ \\ b_1^- & \frac{f_{1,N,B} - b_1^0}{\sqrt{2}} & K_{1,B}^0 \\ K_{1,B}^- & \bar{K}_{1,B}^0 & f_{1,S,B} \end{pmatrix}^\mu. \quad (3.4)$$

3.2 Massen der Teilchen

In diesem Unterkapitel führen wir die Massen der Teilchen auf, welche alle aus Ref. [O⁺14] stammen, die in unseren Zerfallskanälen später auftauchen werden. Um später Umrechnungsfehler zu vermeiden, geben wir alle Massen in GeV an. Alle Massen wurden nach der dritten Nachkommastelle gerundet, falls die Genauigkeit höher angegeben war.

Die Masse des Glueballs beträgt 3.8 GeV und ist uns bereits aus [C⁺06] bekannt. An dieser Stelle sei angemerkt, dass sich die Massen der unphysikalischen Felder von ω_s und ω_n , sowie η und η' aus Mischungsfelder zusammensetzen. Die Mischungswinkel von ω_s und ω_n sind so klein, dass ω_s mit ϕ und ω_n mit ω identifiziert werden können. Für η und η' gilt Folgendes:

$$\begin{pmatrix} \eta_n \\ \eta_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \eta \\ \eta' \end{pmatrix}. \quad (3.5)$$

Der Mischungswinkel beträgt etwa $\theta \approx -36^\circ$ aus Ref. [Gia07].

Die Massen der anderen Teilchen können den Tabellen 3.1, 3.2, 3.3 und 3.4 entnommen werden.

Vektormeson 1^{--}	Identifikation	Masse [GeV]
ρ	$\rho(770)$	0.775
K^*	$K(892)$	0.892
ω	$\omega(782)$	0.783
ϕ	$\phi(1020)$	1.020

Tabelle 3.1: Massen der Vektormesonen

Axial-Vektormeson 1^{++}	Identifikation	Masse[GeV]
a_1^0	$a_1^0(1260)$	1.230
$K_{1,A}$	$K_1(1270)$	1.272
$f_{1,N,A}$	$f_1(1285)$	1.282
$f_{1,S,A}$	$f_1(1420)$	1.426

Tabelle 3.2: Massen der Axial-Vektormesonen

Pseudo-Vektormeson 1^{+-}	Identifikation	Masse [GeV]
b_1	$b_1(1235)$	1.230
$K_{1,B}$	$K_1(1400)$	1.403
$f_{1,N,B}$	$h_1(1170)$	1.170
$f_{1,S,B}$	$h_1(1380)$	1.386

Tabelle 3.3: Massen der Pseudo-Vektormesonen

pseudoskalare Mesonen 0^{-+}	Identifikation	Masse [GeV]
π	π	0.135
K	K	0.498
η	η	0.548
η'	$\eta'_s(958)$	0.957

Tabelle 3.4: Massen der pseudoskalare Mesonen

Alle Angaben der Massen stammen aus dem Particle Data Booklet [O⁺14].

3.3 Farb-Symmetrie

Die wohl wichtigste Symmetrie der Quantenchromodynamik ist die Farb-Symmetrie, welche zu den fundamentalen Symmetrien der Quantenchromodynamik gehört, da Quarks und Gluonen farbgeladen sind. Dies kommt durch den nicht-Abelschen Charakter der QCD-Lagrange-Dichte, da die Gruppen-Elemente der $SU(3)_c$ nicht vertauschen. Mit dieser Tatsache tritt in der Quantenchromodynamik das sehr interessante Phänomen auf, dass Quarks und Gluonen nie isoliert vorkommen. Über die Farbladung der Quarks und Gluonen können diese miteinander wechselwirken. Im Allgemeinen wollen Hadronen, wie mesonische Zustände aus $q\bar{q}$ oder auch wie baryonische qqq -Zustände, immer das berühmte CONFINEMENT, einen farbneutralen Zustand anstreben. Gluonen müssen dabei nicht ausschließlich an Quarks koppeln, sie können auch miteinander ein Confinement eingehen. So bilden die wechselwirkenden Gluonen farbneutrale Zustände, die als Glueballs bezeichnet werden. Da der Vektor-Glueball aus unseren effektiven Lagrange-Dichten ausschließlich in leichte Mesonen zerfällt, welche ebenfalls aus $q\bar{q}$ -Zuständen bestehen und deshalb auch farbneutral sind, ist die Farb-Transformation auf mesonischen Ebene trivial, da alle Felder invariant sind:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{O}^\sigma &\rightarrow \mathcal{O}^\sigma, \\
 V^\mu &\rightarrow V^\mu, \\
 A^\mu &\rightarrow A^\mu, \\
 B^\mu &\rightarrow B^\mu, \\
 P &\rightarrow P.
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Im Rahmen dieser Arbeit stellen wir fest, dass die Farb-Symmetrie auf mesonischer Ebene erhalten bleibt.

3.4 Flavour-Symmetrie

Auch die Flavour-Symmetrie gehört zu den fundamentalen Symmetrien der Quantenchromodynamik, da Glueballs an alle Quark-Flavour gleich stark koppeln. An dieser Stelle zeigen wir, wie sich jedes der Teilchen unter Flavour-Transformationen verhält, anschließend prüfen wir diese Eigenschaften in den jeweiligen Lagrange-Dichten.

Beginnen wir mit den Eigenschaften:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{O}^\sigma &\rightarrow \mathcal{O}^\sigma, \\
 V^\mu &\rightarrow U V^\mu U^\dagger, \\
 A^\mu &\rightarrow U A^\mu U^\dagger, \\
 B^\mu &\rightarrow U B^\mu U^\dagger, \\
 P &\rightarrow U P U^\dagger.
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Die Ableitungen transformieren nicht unter Flavour-Symmetrie. Für die Lagrange-Dichten ergibt sich damit:

$$\mathcal{L}'_1 = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[U V^\mu U^\dagger U A^\nu U^\dagger]. \quad (3.8)$$

Mit der Relation $U^\dagger U = 1$ folgt:

$$\mathcal{L}'_1 = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[U V^\mu A^\nu U^\dagger]. \quad (3.9)$$

Anschließend verschiebt man das U^\dagger vor das U und wir erhalten:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_1 &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[U^\dagger U V^\mu A^\nu] \\ &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu] \\ &= \mathcal{L}_1. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Wir stellen fest, dass die Lagrange-Dichte des ersten Zerfallskanal also invariant unter Flavour-Symmetrie ist. Analog folgt für \mathcal{L}_2 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_2 &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[U V^\mu U^\dagger \partial^\nu U P U^\dagger] \\ &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[U V^\mu \partial^\nu P U^\dagger] \\ &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[U^\dagger U V^\mu \partial^\nu P] \\ &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P] \\ &= \mathcal{L}_2. \end{aligned} \quad (3.11)$$

Analog für \mathcal{L}_3 :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_3 &= g_3 \mathcal{O}^\mu \text{Tr}[U P U^\dagger U B^\mu U^\dagger] \\ &= g_3 \mathcal{O}^\mu \text{Tr}[U P B^\mu U^\dagger] \\ &= g_3 \mathcal{O}^\mu \text{Tr}[U^\dagger U P B^\mu] \\ &= g_3 \mathcal{O}^\mu \text{Tr}[P B^\mu] \\ &= \mathcal{L}_3. \end{aligned} \quad (3.12)$$

Wir stellen fest, dass alle drei effektiven Lagrange-Dichten invariant unter Flavour-Transformationen sind. Wir widmen uns nun den anderen Symmetrie-Transformationen.

3.5 C und P Transformation

Zu den oben bereits geprüften Symmetrien kommen noch die Ladungskonjugation und Paritätstransformation hinzu. Das CPT-Theorem (charge, parity, time) besagt, dass Lagrange-Dichten, die unter Ladungskonjugation, Paritätstransformation und Lorentz-Transformationen invariant sind, IMMER invariant unter CPT-Transformationen sind. Deshalb prüfen wir im Rahmen dieser Arbeit die Transformation der Lagrange-Dichte auf Ladungskonjugation, Paritäts-Transformation und Lorentz-Transformationen getrennt. Stellen wir fest, dass die Lagrange-Dichten invariant unter diesen Transformationen sind, wissen wir, dass sie ebenfalls unter T-Transformationen (Zeitinversion) invariant sind. Wer sich für die mikroskopischen Transformationen der Mesonen interessiert, kann diese in [PKW⁺13] nachschauen.

3.5.1 Ladungskonjugation

Um zu prüfen, ob eine Lagrange-Dichte invariant unter Ladungstranskonjugation ist, tauscht man die Teilchen durch ihre Antiteilchen aus. Auch hier reicht es im Rahmen dieser Arbeit aus, nur mesonische Zustände zu betrachten. Für die einzelnen Teilchen in mesonischen Zuständen ergibt sich folgendes:

$$\begin{aligned}
\mathcal{O}_\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow -\mathcal{O}_\mu(t, \vec{x}), \\
V_\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow -V_\mu(t, \vec{x})^T, \\
A_\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow +A_\mu(t, \vec{x})^T, \\
B_\mu(t, \vec{x}) &\rightarrow -B_\mu(t, \vec{x})^T, \\
P(t, \vec{x}) &\rightarrow +P(t, \vec{x})^T.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Prüfen wir jetzt die effektiven Lagrange-Dichten, erhalten wir mit der Relation $\text{Tr}[A^T B^T] = \text{Tr}[BA]^T = \text{Tr}[BA] = \text{Tr}[Ab]$:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}'_1 &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (\partial^\rho)(-\mathcal{O}^\sigma) \text{Tr} [(-V^\mu)^T (+A^\nu)^T] \\
&= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu] \\
&= \mathcal{L}_1.
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Für \mathcal{L}_2 ergibt sich:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}'_2 &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (\partial^\rho)(-\mathcal{O}^\sigma) \text{Tr} [(-V^\mu)^T \partial^\nu (+P)^T] \\
&= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P] \\
&= \mathcal{L}_2.
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Analog auch für \mathcal{L}_3 :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}'_3 &= g_3 (-\mathcal{O}_\mu) \text{Tr} [(+P)^T (-B^\mu)^T] \\
&= g_3 \mathcal{O}_\mu \text{Tr}[P B^\mu] \\
&= \mathcal{L}_3.
\end{aligned} \tag{3.16}$$

Alle drei effektiven Lagrange-Dichten sind invariant unter Ladungstranskonjugation. Wir prüfen nun die Parität.

3.5.2 Parität

Eine Paritätstransformation bedeutet nichts anderes als die Spiegelung der Koordinate am Ursprung. Zunächst zeigen wir die Transformationseigenschaften für die einzelnen Teilchen und prüfen anschließend die Lagrange-Dichten.

Beginnen wir mit dem Vektor-Glueball. Dieser sollte wie ein ganz normales Vektorteilchen transformieren:

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{O}_0(t, \vec{x}) \rightarrow \mathcal{O}_0(t, -\vec{x}) \\ \mathcal{O}_i(t, \vec{x}) \rightarrow -\mathcal{O}_i(t, -\vec{x}) \end{array} \right\} \quad \mathcal{O}_\sigma(t, \vec{x}) \rightarrow \mathcal{O}^\sigma(t, -\vec{x}). \quad (3.17)$$

Wir stellen fest, dass der Vektor-Glueball wie ein ganz normales Vektorteilchen transformiert. Die zeitliche Koordinate transformiert positiv, während die räumlichen Koordinaten negativ transformieren. Analog für Vektorteilchen:

$$\left. \begin{array}{l} V_0(t, \vec{x}) \rightarrow V_0(t, -\vec{x}) \\ V_i(t, \vec{x}) \rightarrow -V_i(t, -\vec{x}) \end{array} \right\} \quad V_\mu(t, \vec{x}) \rightarrow V^\mu(t, -\vec{x}). \quad (3.18)$$

Die Axial-Vektorteilchen hingegen transformieren in der zeitlichen Koordinate negativ und in den räumlichen Koordinaten positiv:

$$\left. \begin{array}{l} A_0(t, \vec{x}) \rightarrow -A_0(t, -\vec{x}) \\ A_i(t, \vec{x}) \rightarrow A_i(t, -\vec{x}) \end{array} \right\} \quad A_\nu(t, \vec{x}) \rightarrow -A^\nu(t, -\vec{x}). \quad (3.19)$$

Die Pseudo-Vektorteilchen transformieren genauso wie die Axial-Vektorteilchen; in der zeitlichen Koordinatentransformation negativ und in den räumlichen Koordinaten positiv:

$$\left. \begin{array}{l} B_0(t, \vec{x}) \rightarrow -B_0(t, -\vec{x}) \\ B_i(t, \vec{x}) \rightarrow B_i(t, -\vec{x}) \end{array} \right\} \quad B_\nu(t, \vec{x}) \rightarrow -B^\nu(t, -\vec{x}). \quad (3.20)$$

Für die Pseudoskalaren Teilchen gilt:

$$P(t, \vec{x}) \rightarrow -P(t, -\vec{x}). \quad (3.21)$$

Aber auch die Ableitung transformiert unter Parität und darf auf keinen Fall vergessen werden. Die zeitliche Koordinate der Ableitung transformiert positiv und die räumlichen Koordinaten transformieren negativ:

$$\left. \begin{array}{l} \partial_0 \rightarrow \partial_0 \\ \partial_i \rightarrow -\partial_i \end{array} \right\} \quad \partial_\rho \rightarrow \partial^\rho. \quad (3.22)$$

Nun wissen wir, wie unsere Teilchen transformieren. Dieses Wissen nutzen wir, um die effektiven Lagrange-Dichten der jeweiligen Zerfallskanäle auf Paritäts-Invarianz zu prüfen.

Wir beginnen mit der Lagrange-Dichte aus dem ersten Zerfallskanal:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_1 &= g_1 (-\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}) (+\partial_\rho)(+\mathcal{O}_\sigma)\text{Tr}[(+V_\mu)(-A^\nu)] \\ &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu] \\ &= \mathcal{L}_1.\end{aligned}\tag{3.23}$$

Wir stellen fest, dass diese Lagrange-Dichte invariant unter Paritäts-Transformation ist.

Die effektive Lagrange-Dichte des zweiten Zerfallskanals transformiert wie folgt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_2 &= g_2 (-\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma}) (+\partial_\rho)(+\mathcal{O}_\sigma)\text{Tr}[(+V_\mu)(+\partial_\nu)(-P)] \\ &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P] \\ &= \mathcal{L}_2.\end{aligned}\tag{3.24}$$

Auch diese ist invariant unter Paritäts-Transformation.

Nun prüfen wir die effektive Lagrange-Dichte des dritten Zerfallskanals. Diese transformiert wie folgt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_3 &= g_3 (+\mathcal{O}^\mu)\text{Tr}[(-P)(-B_\mu)] \\ &= g_3 \mathcal{O}_\mu \text{Tr}[P B^\mu] \\ &= \mathcal{L}_3.\end{aligned}\tag{3.25}$$

Analog zu den ersten beiden Lagrange-Dichten ist diese ebenfalls invariant unter Paritäts-Transformationen.

3.6 Lorentz-Symmetrie

Außer den oben bereits geprüften Symmetrien gibt es die Lorentz-Symmetrie, welche die räumlichen Koordinaten mit der zeitlichen Koordinate in einen Vierervektor verknüpft. Ist etwas invariant unter Lorentz-Transformationen, bedeutet das, dass die Resultate die spezielle Relativitätstheorie erfüllen und unabhängig vom Bezugssystem sind. Die Lorentz-Schreibweise, die ko- und kontravariante Formulierung für Vierervektoren, wurde unter anderem auch eingeführt, um schnell und einfach zu prüfen, ob eine Gleichung invariant unter Lorentz-Transformationen ist. Dies ist der Fall, wenn sich alle Indizes kontrahieren. Dabei transformieren alle Vektormesonen gleich, das X^μ steht für die jeweiligen Vektormesonen:

$$X^\mu \rightarrow \Lambda^\mu_\nu X^\nu\tag{3.26}$$

Die pseudoskalaren Felder sind invariant unter Lorentz-Transformationen.

Beginnen wir nun, unsere Lagrange-Dichten zu prüfen:

Für unsere effektive Lagrange-Dichte aus dem ersten Zerfallskanal ergibt sich folgendes:

$$\mathcal{L}_1 = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu].\tag{3.27}$$

Diese ist also Lorentz-invariant, da alle Indizes der Vierervektoren sich mit denen des ε -Tensors kontrahieren.

Für die effektive Lagrange-Dichte des zweiten Zerfallskanals ergibt sich:

$$\mathcal{L}_2 = g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P]. \quad (3.28)$$

Auch hier sind alle Lorentz-Indizes der Vierervektoren mit dem ε -Tensor kontrahiert. Somit ist diese Lagrange-Dichte auch invariant unter Lorentz-Transformationen.

Die effektive Lagrange-Dichte des dritten Zerfallskanals kontrahiert den Index μ an den Vierervektoren direkt:

$$\mathcal{L}_3 = g_3 \mathcal{O}_\mu \text{Tr}[P B^\mu]. \quad (3.29)$$

Wir stellen fest, dass die drei Lagrange-Dichten alle invariant unter Lorentz-Transformationen sind.

Da wir nun alle für uns wichtigen Symmetrien geprüft und festgestellt haben, dass die Lagrange-Dichten invariant sind, können wir in den darauf folgenden Kapiteln mit den Zerfällen beginnen.

Natürlich könnte man auch die Lorentz-Invarianz herleiten und für jede der Lagrange-Dichten explizit zeigen, wie dies im Skript Quantenfeldtheorie aus Ref. [Ris14] zu finden ist, aber das Kontrahieren der Indizes ist äquivalent dazu und reicht vollkommen aus, um Lorentz-Invarianz feststellen zu können.

4 Zerfall in Vektormesonen und Axial-Vektormesonen

In den nächsten drei Kapiteln wollen wir die Zerfallsamplituden für drei verschiedene Zerfallskanäle des Vektor-Glueballs bestimmen. Als Erstes betrachten wir den Zerfall des Vektor-Glueballs in Vektormesonen und Axial-Vektormesonen. Anschließend betrachten wir den des Vektor-Glueballs in Vektormesonen und pseudoskalare Mesonen und zum Schluss den Zerfall des Vektor-Glueballs in pseudoskalare Mesonen und Pseudo-Vektormesonen. Um die Zerfallsbreite eines Vektor-Glueballs einfacher berechnen zu können, wird zunächst nur ein sogenannter Musterprozess betrachtet. Musterprozess bedeutet, dass wir die vollständige Lagrange-Dichte vereinfachen und aus dieser dann die Zerfallsamplitude bestimmen, welche ausschließlich noch von den Massen der Teilchen abhängt, die in diesem Prozess auftreten. In der vereinfachten Lagrange-Dichte tritt nur EIN Zerfall auf, wir lassen also die Spur weg, welche uns ALLE Zerfallsmöglichkeiten geben würde. Anschließend betrachten wir die vollständige Lagrange-Dichte. In dieser steht die Spur, die alle möglichen Zerfälle enthält. Wir werten also die Spur aus und erhalten alle möglichen Zerfälle. Dann können wir die Zerfallsprozesse zusammenfassen, indem wir über alle möglichen Isospin-Zustände summieren. Als Letztes bestimmen wir die Zerfallsbreiten. Wie das genau funktioniert, zeigen wir dann bei den jeweiligen Zerfallskanälen. Da die Kopplungskonstante nicht bestimmt werden kann, wählen wir für die jeweiligen Prozesse einen Basiszerfall aus und bilden Verhältnisse. So kürzt sich die Kopplungskonstante immer weg. Folglich geben wir unsere Werte in Verhältnissen der jeweiligen Zerfallsbreiten an.

An dieser Stelle sei nochmal angemerkt, dass die kinetischen Terme der vollständigen Lagrange-Dichte in dieser Arbeit nicht direkt betrachtet werden, da sie nicht zu den Zerfallsamplituden beitragen. Sie sind in der Quantenfeldtheorie allgemein bekannt und können in allen bekannten Lehrbüchern der Quantenfeldtheorie jederzeit nachgeschaut werden. Wir beschäftigen uns ausschließlich mit dem Wechselwirkungsterm der vollständigen Lagrange-Dichte, welche unser Modell beschreibt und uns die Zerfälle angibt.

4.1 Die effektive Lagrange-Dichte

Die Lagrange-Dichte für den Zerfallskanal in Vektor- und Axial-Vektormesonen lautet:

$$\mathcal{L}_1 = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu]. \quad (4.1)$$

und erfüllt alle erforderlichen Symmetrien wie in Kapitel 2 schon gezeigt.

Wie oben bereits erwähnt, betrachten wir zunächst nur einen Musterprozess. Dazu vereinfachen wir die Lagrange-Dichte aus Gleichung (4.1). Der Index M kennzeichnet die Lagrange-Dichte des Musterprozesses.

4.2 Musterprozess

Die neu definierte und vereinfachte Lagrange-Dichte für den Musterprozess lautet:

$$\mathcal{L}_{1,M} = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma v^\mu a^\nu. \quad (4.2)$$

Der entsprechende Beitrag zur Zerfallsamplitude wird über den Anfangsspin gemittelt und lautet:

$$\mathcal{M}^{a,b,c} = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\rho \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu} \varepsilon(\vec{k}_2)^{c,\nu}. \quad (4.3)$$

Hierbei ist $\varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma}$ der Polarisationsvektor des Vektor-Glueballs, $\varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu}$ der des Vektormesons und $\varepsilon(\vec{k}_2)^{c,\nu}$ der des Axial-Vektormesons.

In Abbildung 4.1 ist das Feynman-Diagramm in erster Ordnung dieses Streuprozesses gezeigt:

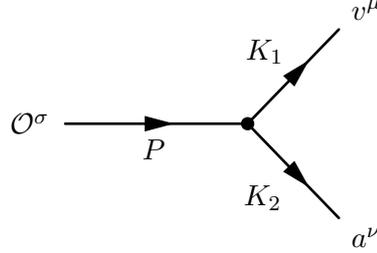


Abbildung 4.1: Glueball \mathcal{O}^σ zerfällt in Vektormeson und Axial-Vektormeson

4.3 Betragsquadrat der Zerfallsamplitude

Um die Zerfallsbreite so zu bestimmen, dass diese nur noch von den Massen abhängt, bestimmen wir zunächst das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude des Musterprozesses:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 &= \frac{1}{3} g_1^2 \sum_{a,b,c} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} \\ &\times P^\rho P^{\rho'} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma'} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu'} \varepsilon(\vec{k}_2)^{c,\nu} \varepsilon(\vec{k}_2)^{c,\nu'}. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Wir verwenden die Vollständigkeitsrelation für Polarisationsvektoren aus Ref. [GR96], um das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude zu vereinfachen:

$$\sum_a \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma'} = \left(-g^{\sigma\sigma'} + \frac{P^\sigma P^{\sigma'}}{M^2} \right). \quad (4.5)$$

Das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude aus Gleichung (4.6) nimmt nun folgende Form an:

$$\frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i \mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 = \frac{1}{3} g_1^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} P^\rho P^{\rho'} \times \left(-g^{\sigma\sigma'} + \frac{P^\sigma P^{\sigma'}}{M_G^2} \right) \left(-g^{\mu\mu'} + \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'}}{M_V^2} \right) \left(-g^{\nu\nu'} + \frac{K_2^\nu K_2^{\nu'}}{M_A^2} \right). \quad (4.6)$$

Bevor wir mit der Auswertung der Terme beginnen, definieren wir die Vierervektoren, die wir benötigen:

$$P^\mu = \begin{pmatrix} M_G \\ \vec{0} \end{pmatrix}, \quad P^\mu = K_1^\mu + K_2^\mu, \quad M_G = E_1 + E_2, \quad (4.7)$$

$$K_1^\mu = \begin{pmatrix} E_1 = \sqrt{\vec{k}_1^2 + M_V^2} \\ \vec{k}_1 \equiv -\vec{k}_f \end{pmatrix}, \quad K_2^\mu = \begin{pmatrix} E_2 = \sqrt{\vec{k}_2^2 + M_A^2} \\ \vec{k}_2 = -\vec{k}_1 \equiv \vec{k}_f \end{pmatrix}. \quad (4.8)$$

Die Gleichungen (4.7) und die Definitionen der Vierervektoren aus (4.8) brauchen wir, um $|\vec{k}_f|$ zu bestimmen.

Wir setzen die Definitionen (4.8) in $M_G = E_1 + E_2$ ein und bestimmen $|\vec{k}_1|$. Zum Schluss nennen wir \vec{k}_1 in \vec{k}_f um, dabei steht \vec{k}_f für \vec{k}_{final} , der Impuls zum Finalen Zeitpunkt. Wir erhalten:

$$k_f \equiv |\vec{k}_f| = \frac{1}{2M_G} \sqrt{M_G^4 + (M_V^2 - M_A^2)^2 - 2M_G^2(M_V^2 + M_A^2)}. \quad (4.9)$$

Weil wir uns im Ruhesystem des Glueballs befinden, können wir schreiben:

$P^\rho = \delta^{0\rho} M_G$. Dasselbe gilt auch für $P^{\rho'}$.

Zusammengefasst erhalten wir aus diesen Beziehungen: $P^\rho P^{\rho'} = \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2$.

Die zeitliche Komponente wurde somit eliminiert.

In den folgenden Rechnungen gilt für die räumlichen Komponenten des metrischen Tensors:

$$g^{\mu\mu'} = -\delta^{\mu\mu'}.$$

Weil der Index $\rho = \rho' = 0$ ist, können die Indizes $\mu, \nu, \sigma, \mu', \nu', \sigma'$ in den ε -Tensoren in Gleichung (4.6) nur noch die räumlichen Werte 1,2,3 annehmen.

Wir verwenden diese Relationen um das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude aus Gleichung (4.6) zu bestimmen und multiplizieren aus:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 &= \frac{1}{3} g_1^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} \\
&\times \left[\underbrace{\left(-g^{\sigma\sigma'} g^{\mu\mu'} g^{\nu\nu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 \right)}_{\textcircled{1}} + \underbrace{g^{\sigma\sigma'} g^{\nu\nu'} \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2}{M_V^2}}_{\textcircled{2}} \right. \\
&\left. + \underbrace{g^{\sigma\sigma'} g^{\mu\mu'} \frac{K_2^\nu K_2^{\nu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2}{M_A^2}}_{\textcircled{3}} - \underbrace{g^{\sigma\sigma'} \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'} K_2^\nu K_2^{\nu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2}{M_V^2 M_A^2}}_{\textcircled{4}} \right].
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Die Terme in denen $P^\rho P^{\rho'} = \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2$ und $P^\sigma P^{\sigma'}$ zeitgleich im selben Levi-Civita-Tensor agieren verschwinden aufgrund der Antisymmetrie des Levi-Civita-Tensors. Folglich verschwinden alle impulsabhängigen Terme. Zur Erinnerung:

$$\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 P^\sigma P^{\sigma'} = 0. \tag{4.11}$$

Um die Terme übersichtlicher auswerten zu können, betrachten wir jeden Term einzeln, werten diese separat aus und setzen die Resultate wieder im Betragsquadrat der Zerfallsamplitude zusammen.

Wir beginnen mit dem ersten Term. Zunächst werten wir die ε -Tensoren aus. Dieser Term trägt folgenden Beitrag zur Zerfallsbreite bei:

$$\begin{aligned}
\textcircled{1} &= \varepsilon_{\mu\nu\rho'\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} \left(-g^{\sigma\sigma'} g^{\mu\mu'} g^{\nu\nu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 \right) \\
&= \varepsilon_{\mu\nu\rho'\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} \left(-\delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 (-\delta^{\sigma\sigma'}) (-\delta^{\mu\mu'}) (-\delta^{\nu\nu'}) \right) \\
&= 6M_G^2.
\end{aligned} \tag{4.12}$$

An dieser Stelle können wir festhalten, dass $\vec{k}_1 = \vec{k}_f$ und \vec{k}_2 in z -Richtung zeigen. Das hat zur Folge, dass im zweiten Term ein weiterer Index fixiert wird. Zudem verwenden wir folgende Relationen:

$$K_1^\mu = (K_1^0, 0, 0, -\delta^{\mu 3} k_f)^T \quad K_1^{\mu'} = (K_1^0, 0, 0, -\delta^{\mu' 3} k_f)^T \tag{4.13}$$

Nur die letzte Komponente aus K_1^μ und $K_1^{\mu'}$ haben jeweils einen Beitrag. Die anderen Komponenten tragen wegen $\rho = \rho' = 0$ nichts bei.

Damit gilt:

$$g^{\nu\nu'} = -\delta^{\nu\nu'} \quad \varepsilon_{ijk} \varepsilon_{ijn} = 2\delta_{kn} \tag{4.14}$$

Die Auswertung der ε -Tensor liefert uns den Faktor 2.
So ergibt sich für den zweiten Term:

$$\begin{aligned}
\textcircled{2} &= \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\rho'} g^{\sigma\sigma'} g^{\nu\nu'} \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2}{M_V^2} \\
&= \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\rho'} \nu^\sigma \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 \frac{(-\delta^{\mu 3} k_f)(-\delta^{\mu' 3} k_f)}{M_V^2} \\
&= \frac{2}{M_V^2} \vec{k}_f^2 M_G^2. \tag{4.15}
\end{aligned}$$

Der gleiche Trick wird analog für den dritten Term angewendet.

Dieser ergibt dann:

$$\textcircled{3} = \frac{2}{M_A^2} \vec{k}_f^2 M_G^2 \tag{4.16}$$

Wir betrachten den letzten Term:

$$\begin{aligned}
\textcircled{4} &= -\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} g^{\sigma\sigma'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'} K_2^\nu K_2^{\nu'}}{M_V^2 M_A^2} \\
&= -\varepsilon_{\mu\nu\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'}^\sigma M_G^2 \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'} K_2^\nu K_2^{\nu'}}{M_V^2 M_A^2}. \tag{4.17}
\end{aligned}$$

Nun werten wir das Produkt der Levi-Civita-Tensoren aus:

$$(\delta_{\mu\mu'} \delta_{\nu\nu'} - \delta_{\mu\nu'} \delta_{\nu\mu'}) K_1^\mu K_1^{\mu'} K_2^\nu K_2^{\nu'} = \vec{k}_1^2 \vec{k}_2^2 - (\vec{k}_1 \cdot \vec{k}_2)^2 = 0. \tag{4.18}$$

Aufgrund der Antisymmetrie des Levi-Civita-Tensors, da \vec{k}_1 und \vec{k}_2 in die gleiche Richtung zeigen, erhält man aus diesem Term keinen Beitrag. Setzt man nun alle Terme in das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude aus Gleichung (4.10) wieder zusammen, nimmt sie folgende Form an:

$$\frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 = \frac{1}{3} g_1^2 \left(6M_G^2 + \frac{2}{M_V^2} \vec{k}_f^2 M_G^2 + \frac{2}{M_A^2} \vec{k}_f^2 M_G^2 \right). \tag{4.19}$$

Die allgemeine Zerfallsbreite hat folgende Form:

$$\Gamma_1 = \frac{|\vec{k}_f|}{8\pi M^2} |\mathcal{M}|^2. \tag{4.20}$$

Wir können die Resultate aus Gleichung (4.19) und (4.9) nun in Gleichung (4.20) einsetzen. So erhalten wir für die Zerfallsbreite des Vektor-Glueballs in Vektormesonen und Axial-Vektormesonen als Funktion der Massen folgenden Ausdruck:

$$\Gamma_{G \rightarrow VA} = \frac{|\vec{k}_f|}{8\pi M_G^2} \left[\frac{1}{3} g_1^2 \left(6M_G^2 + \frac{2}{M_V^2} \vec{k}_f^2 M_G^2 + \frac{2}{M_A^2} \vec{k}_f^2 M_G^2 \right) \right]. \quad (4.21)$$

4.4 Alle Zerfallskanäle

Nun sollen die Zerfallsbreiten für alle Flavourkanäle berechnet werden. Dazu betrachten wir die vollständige Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_1 = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu]. \quad (4.22)$$

Wir werten die Spur aus und erhalten:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \left[\bar{K}_{1,A}^0 K^{*0} + K_{1,A}^0 \bar{K}^{*0} + K_{1,A}^+ K^{*-} + K_{1,A}^- K^{*+} \right. \\ &\quad \left. + a_1^+ \rho^- + a_1^- \rho^+ + f_{1,S,A} \phi + \frac{1}{2} (-a_1^0 + f_{1,N,A}) (-\rho^0 + \omega) + \frac{1}{2} (a_1^0 + f_{1,N,A}) (\rho^0 + \omega) \right] \\ &= g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \left[\bar{K}_{1,A}^0 K^{*0} + K_{1,A}^0 \bar{K}^{*0} + K_{1,A}^+ K^{*-} + K_{1,A}^- K^{*+} \right. \\ &\quad \left. + a_1^+ \rho^- + a_1^- \rho^+ + a_1^0 \rho^0 + \phi f_{1,S,A} + \omega f_{1,N,A} \right]. \end{aligned} \quad (4.23)$$

Der Übersicht halber wurden die Lorentz-Indizes μ der Vektormesonen und ν der Axial-Vektormesonen nicht mehr mitgeschrieben.

Wir können die verschiedenen Zerfälle zusammenfassen, indem wir über alle möglichen Isospin-Zustände summieren. Als Beispiel führen wir dies für den Zerfall $\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho$ vor.

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^0 \rho^0} &= \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^+ \rho^-} = \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^- \rho^+}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho} &\equiv \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^0 \rho^0} + \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^+ \rho^-} + \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^- \rho^+}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho} &= 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^0 \rho^0}. \end{aligned} \quad (4.24)$$

Der Zerfall von $\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho$ kommt insgesamt drei Mal vor.

Daher können wir schreiben:

$$\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho} = 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^0 \rho^0}. \quad (4.25)$$

So erhalten wir zusammengefasst vier verschiedene Zerfallsmöglichkeiten:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K^* K_{1,A}} &= 4 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K^* \bar{K}_{1,A}^0}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho} &= 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1^0 \rho^0}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \omega f_{1,N,A}}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \phi f_{1,S,A}}. \end{aligned} \quad (4.26)$$

Da vorher die Zerfallsbreiten als Funktion der Massen bestimmt wurden, brauchen wir nun nur noch die Massen der Teilchen in die Zerfallsbreite (4.21) einsetzen und erhalten sofort die entsprechenden Zahlenwerte.

Die Massen können den Tabellen 3.1 und 3.2 entnommen werden.

4.5 Ergebnisse der Zerfallsbreiten

Nun kommen wir zu dem wichtigsten Teil dieser Arbeit, den Resultaten!

Die einzelnen Zerfallsbreiten ergeben:

$$\begin{aligned}\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K_{1,A} K^*} &= g_1^2 \cdot 4 \cdot 0.3103 \text{ GeV}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho} &= g_1^2 \cdot 3 \cdot 0.3814 \text{ GeV}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \omega f_{1,N,A}} &= g_1^2 \cdot 0.3607 \text{ GeV}, \\ \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \phi f_{1,S,A}} &= g_1^2 \cdot 0.2315 \text{ GeV}.\end{aligned}\tag{4.27}$$

Die Faktoren drei und vier stammen aus der Summierung über die Isospin-Zustände, Gleichung (4.26). Die Kopplungskonstante g_1^2 ist in dieser effektiven Lagrange-Dichte dimensionlos und kommt aus dem Betragsquadrat der Zerfallsamplitude. Derzeit kann sie noch nicht bestimmt werden. Deshalb bilden wir die Verhältnisse der Zerfallsbreiten. Damit kürzt sich die Kopplungskonstante einfach heraus.

Da die Massen der Teilchen von a_1 und ρ experimentell sehr genau bestimmt wurden, bilden wir die Verhältnisse über den Zerfallskanal $3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho}$, welcher drei Mal vorkommt.

So ergibt sich für die Verhältnisse der Zerfallsbreiten Folgendes:

$$\begin{aligned}\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K_{1,A} K^*}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho}} &= \frac{4 \cdot 0.3103 \text{ GeV}}{3 \cdot 0.3814 \text{ GeV}} = 1.0848, \\ \frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \omega f_{1,N,A}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho}} &= \frac{0.3607 \text{ GeV}}{3 \cdot 0.3814 \text{ GeV}} = 0.3152, \\ \frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \phi f_{1,S,A}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_1 \rho}} &= \frac{0.2315 \text{ GeV}}{3 \cdot 0.3814 \text{ GeV}} = 0.2032.\end{aligned}\tag{4.28}$$

Wir stellen fest, dass innerhalb unseres Modells, ein effektives mesonisches Modell, welches die starke Kraft zwischen Quarks und Gluonen beschreibt, eine gute Möglichkeit ist, Zerfallswahrscheinlichkeiten für den Zerfall des Vektor-Glueballs zu bestimmen.

So ist es uns gelungen, Vorhersagen für zukünftige Experimente zu treffen, welche die Zerfälle von Vektor-Glueballs nachweisen wollen.

Wie man den Zerfallsbreiten entnehmen kann, ist der Zerfall in Kaon-Teilchen die dominante Zerfallsbreite. Deutlich weniger stark zerfällt der Glueball in die Teilchen $f_{1,N,A}$ und ω . Am seltensten zerfällt der Glueball in $f_{1,S,A}$ und ϕ .

5 Zerfall in Vektormeson und pseudoskalare Mesonen

In diesem Kapitel studieren wir die Lagrange-Dichte, die uns viele mögliche Zerfälle des Vektor-Glueballs in Vektormesonen und pseudoskalare Mesonen gibt. Um die Zerfallsamplitude zu bestimmen, welche nur noch von den Massen der jeweiligen Teilchen abhängt, müssen wir die Lagrange-Dichte vereinfachen. Dazu lassen wir die Spur weg. Die vereinfachte Lagrange-Dichte, die uns nur noch EINEN Zerfall gibt, nennen wir Musterprozess. Die Vorgehensweise, wie wir das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude und Zerfallsbreite bestimmen, welche nur noch von den jeweiligen Massen abhängt, ist bei diesem Zerfallskanal dieselbe wie zuvor auch.

5.1 Die effektive Lagrange-Dichte

Die allgemeine Lagrange-Dichte für den Zerfallskanal des Vektorglueballs in Vektormesonen und pseudoskalare Mesonen lautet:

$$\mathcal{L}_2 = g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P]. \quad (5.1)$$

Doch wie im Zerfallskanal aus Kapitel 4 betrachten wir zunächst nur einen Musterprozess. Aus diesem Musterprozess heraus wird - wie vorher auch - die Zerfallsamplitude bestimmt, welche nur noch von den jeweiligen Massen abhängt. Später wird dann die Spur über alle möglichen Zerfälle gebildet. Anschließend können wir die Zerfallsbreite für alle Zerfälle berechnen.

5.2 Musterprozess

Für diesen Musterprozess lautet die Lagrange-Dichte:

$$\mathcal{L}_{2,M} = g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma v^\mu \partial^\nu p. \quad (5.2)$$

Der entsprechende Beitrag zur Zerfallsamplitude wird über den Anfangsspin gemittelt und lautet:

$$\mathcal{M}^{a,b,c} = g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} P^\rho \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu} K_2^{c,\nu}. \quad (5.3)$$

Hierbei ist $\varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma}$ der Polarisationsvektor des Vektor-Glueballs und $\varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu}$ der des Vektormesons. Das pseudoskalare Meson hat keine Polarisation.

In Abbildung 5.1 ist das Feynman-Diagramm in erster Ordnung dieses Streuprozesses gezeigt:

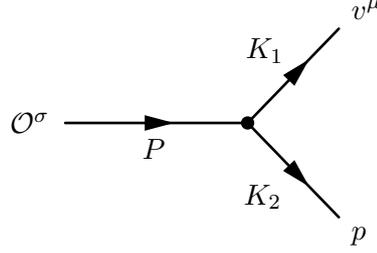


Abbildung 5.1: Glueball \mathcal{O}^σ zerfällt in ein Vektormeson und ein pseudoskalares Meson.

Wie in Kapitel 4 auch bilden wir nun das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude.

5.3 Betragsquadrat der Zerfallsamplitude

Die Betragsquadrat der Zerfallsamplitude für den Zerfallskanal des Vektor-Glueball in Vektormeson und pseudoskalares Meson lautet:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 &= \sum_{a,b,c} \frac{1}{3} g_2^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} \\ &\times P^\rho P^{\rho'} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma'} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu'} K_2^{c,\nu'} K_2^{c,\nu'}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Wir können dieselben Tricks wie in der ersten Rechnung auch hier anwenden. Also nutzen wir wieder die Vollständigkeitsrelation für die Polarisationsvektoren:

$$\sum_a \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma'} = \left(-g^{\sigma\sigma'} + \frac{P^\sigma P^{\sigma'}}{M^2} \right). \quad (5.5)$$

Nun vereinfacht sich das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude aus Gleichung (5.4) zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 &= \frac{1}{3} g_2^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} P^\rho P^{\rho'} K_2^\nu K_2^{\nu'} \\ &\times \left(-g^{\sigma\sigma'} + \frac{P^\sigma P^{\sigma'}}{M_G^2} \right) \left(-g^{\mu\mu'} + \frac{K_1^\mu K_1^{\mu'}}{M_V^2} \right). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Weil wir uns im Ruhesystem des Glueballs befinden, gilt auch hier wieder:

$$P^\rho = \delta^{0\rho} M_G. \text{ Dasselbe gilt auch für } P^{\rho'}.$$

Zusammengefasst erhalten wir aus diesen Beziehungen: $P^\rho P^{\rho'} = \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2$.

Die zeitliche Komponente wurde somit eliminiert.

In den folgenden Rechnungen gilt für die räumlichen Komponenten des metrischen Tensors:

$$g^{\mu\mu'} = -\delta^{\mu\mu'}.$$

Weil der Index $\rho = \rho' = 0$ ist, können die Indizes $\mu, \nu, \sigma, \mu', \nu', \sigma'$ in den ε -Tensoren in Gleichung (5.6) nur noch die räumlichen Werte 1,2,3 annehmen.

Anschließend multiplizieren wir aus und stellen wieder fest, dass $P^\rho P^{\rho'} = \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2$ und $P^\sigma P^{\sigma'}$ zeitgleich im selben Levi-Civita-Tensor agieren, wie in Gleichung (4.11) auch schon. Aufgrund der Antisymmetrie des Levi-Civita-Tensors verschwinden alle impulsabhängigen Terme, in denen $P^\sigma P^{\sigma'}$ und $P^\rho P^{\rho'} = \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2$ zeitgleich agieren, sowie der Term, in dem $K_1^\mu K_1^{\mu'}$ und $K_2^\nu K_2^{\nu'}$ zusammen vorkommen.

Damit vereinfacht sich die Zerfallsamplitude aus Gleichung (5.6) zu:

$$\frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 = \frac{1}{3} g_2^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} K_2^\nu K_2^{\nu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 g^{\sigma\sigma'} g^{\mu\mu'}. \quad (5.7)$$

Nun werten wir die ε -Tensoren aus. Dazu verwenden wir die Relationen wie im ersten Zerfallskanal auch:

$$K_2^\nu = (K_2^0, 0, 0, -\delta^{\mu 3} k_f)^T \quad K_2^{\nu'} = (K_2^0, 0, 0, -\delta^{\mu' 3} k_f)^T \quad g^{\nu\nu'} = -\delta^{\nu\nu'} \quad (5.8)$$

An dieser Stelle können wir festhalten, dass $\vec{k}_1 = \vec{k}_f$ und \vec{k}_2 in z -Richtung zeigen. Das hat zur Folge, dass im zweiten Term ein weiterer Index fixiert wird. Nur die letzte Komponente aus K_2^ν und $K_2^{\nu'}$ hat jeweils einen Beitrag. Die anderen Komponenten tragen wegen $\rho = \rho' = 0$ nichts bei. Der Impuls zum finalen Zeitpunkt nennen wir wieder \vec{k}_f .

Da nun nur noch zwei Indizes variieren können, liefert uns der Levi-Civita-Tensor den Faktor 2 wie in Gleichung (4.14) auch schon, der finale Impuls \vec{k}_f taucht quadratisch auf.

So vereinfacht sich die Zerfallsbreite zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{a,b,c} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 &= \frac{1}{3} g_2^2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \varepsilon_{\mu'\nu'\rho'\sigma'} K_2^\nu K_2^{\nu'} \delta^{0\rho} \delta^{0\rho'} M_G^2 (-\delta^{\sigma\sigma'}) (-\delta^{\mu\mu'}) \\ &= \frac{2}{3} g_2^2 \vec{k}_f^2 M_G^2. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Um $|\vec{k}_f|$ zu bestimmen, werden wir genau die gleichen Relationen wie in den Gleichungen (4.7) und (4.8) verwenden. Folglich bekommen wir für $|\vec{k}_f|$ auch das gleiche Ergebnis. An dieser Stelle sei angemerkt, dass $|\vec{k}_f|$ für alle 2-Körper-Zerfälle immer gleich aussieht.

Aber zur Erinnerung: um $|\vec{k}_f|$ bestimmen zu können, haben wir folgende Vierervektoren definiert:

$$P^\mu = \begin{pmatrix} M_G \\ \vec{0} \end{pmatrix}, \quad P^\mu = K_1^\mu + K_2^\mu, \quad M_G = E_1 + E_2, \quad (5.10)$$

$$K_1^\mu = \begin{pmatrix} E_1 = \sqrt{\vec{k}_1^2 + M_V^2} \\ \vec{k}_1 \end{pmatrix}, \quad K_2^\nu = \begin{pmatrix} E_2 = \sqrt{\vec{k}_2^2 + M_P^2} \\ \vec{k}_2 = -\vec{k}_1 \equiv \vec{k}_f \end{pmatrix}. \quad (5.11)$$

Wir setzen die Definitionen in $M_G = E_1 + E_2$ ein und bestimmen $|\vec{k}_f|$:

$$k_f \equiv |\vec{k}_f| = \frac{1}{2M_G} \sqrt{M_G^4 + (M_V^2 - M_P^2)^2 - 2M_G^2(M_V^2 + M_P^2)}. \quad (5.12)$$

Die allgemeine Zerfallsamplitude hat folgende Form:

$$\Gamma_2 = \frac{|\vec{k}_f|}{8\pi M^2} |\mathcal{M}|^2. \quad (5.13)$$

Wir können unsere Resultate aus Gleichung (5.9) und (5.12) nun in Gleichung (5.13) einsetzen. So erhalten wir für die Zerfallsamplitude des Vektor-Glueballs in Vektormeson und pseudoskalare Mesonen als Funktion der Massen folgende Form:

$$\Gamma_{G \rightarrow VP} = \frac{|\vec{k}_f|}{8\pi M_G^2} \left[\frac{2}{3} g_2^2 M_G^2 \vec{k}_f^2 \right]. \quad (5.14)$$

5.4 Alle Zerfallskanäle

Nun widmen wir uns der effektiven Lagrange-Dichte für alle möglichen Flavourkanäle des Vektor-Glueballs in Vektormeson und pseudoskalare Mesonen:

$$\mathcal{L}_2 = g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P]. \quad (5.15)$$

Werden wir die Spur aus, erhalten wir:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma [\bar{K}^0 K^{*0} + K^0 \bar{K}^{*0} + K^- K^{*-} + K^- K^{*+} \\ &\quad \pi^- \rho^+ + \pi^+ \rho^- + \eta_s \phi - \frac{1}{2} \eta_m \rho^0 + \frac{1}{2} \eta_m \omega + \frac{1}{2} \pi^0 \rho^0 \\ &\quad - \frac{1}{2} \pi^0 \omega + \frac{1}{2} \eta_m \rho^0 + \frac{1}{2} \eta_m \omega + \frac{1}{2} \pi^0 \rho^0 + \frac{1}{2} \pi^0 \omega] \\ &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma [\bar{K}^0 K^{*0} + K^0 \bar{K}^{*0} + K^- K^{*-} + K^- K^{*+} \\ &\quad + \pi^- \rho^+ + \pi^+ \rho^- + \pi^0 \rho^0 + \eta_m \omega + \eta_s \phi]. \end{aligned} \quad (5.16)$$

Der Übersicht halber wurden die Lorentz-Indizes der Vektormesonen nicht mehr mitgeschrieben.

Um die Zerfallsbreiten bestimmen zu können, müssen wir an dieser Stelle die unphysikalischen Felder η_n und η_s durch physikalische Felder ersetzen. Dazu greifen wir auf die Mischungsfelder aus (3.5) und den errechneten Mischungswinkel $\theta \approx -36^\circ$ zurück. Mit ihrer Hilfe schreiben wir die Lagrange-Dichte um:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_2 &= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \left[\bar{K}^0 K^{*0} + K^0 \bar{K}^{*0} + K^- K^{*-} + K^- K^{*+} \right. \\
&\quad \left. + \pi^- \rho^+ + \pi^+ \rho^- + \pi^0 \rho^0 + \eta_n \omega + \eta_s \phi \right]. \\
&= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \left[\bar{K}^0 K^{*0} + K^0 \bar{K}^{*0} + K^- K^{*-} + K^- K^{*+} \right. \\
&\quad \left. + \pi^- \rho^+ + \pi^+ \rho^- + \pi^0 \rho^0 \right. \\
&\quad \left. + \omega(\eta \cos \theta - \eta' \sin \theta) + \phi(\eta \sin \theta + \eta' \cos \theta) \right] \\
&= g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \left[\bar{K}^0 K^{*0} + K^0 \bar{K}^{*0} + K^- K^{*-} + K^- K^{*+} \right. \\
&\quad \left. + \pi^- \rho^+ + \pi^+ \rho^- + \pi^0 \rho^0 \right. \\
&\quad \left. + \eta \omega \cos \theta - \eta' \omega \sin \theta + \eta \phi \sin \theta + \eta' \phi \cos \theta \right]. \tag{5.17}
\end{aligned}$$

Wir erhalten also elf Zerfälle, wobei wir wieder über alle möglichen Isospin-Zustände summieren und so die Zerfälle zusammenfassen können. Als Beispiel führen wir dies für den Zerfall $\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho$ vor:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^0 \rho^0} &= \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^+ \rho^-} = \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^- \rho^+} \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho} &\equiv \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^0 \rho^0} + \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^+ \rho^-} + \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^- \rho^+} \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho} &= 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^0 \rho^0} \tag{5.18}
\end{aligned}$$

Der Zerfall $\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho$ kommt insgesamt dreimal vor.

Daher können wir schreiben: $3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^0 \rho^0} = \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho}$.

So erhalten wir zusammengefasst sechs verschiedene Zerfallsmöglichkeiten:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow KK^*} &= 4 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \bar{K}_S^0 K^{*0}}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho} &= 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi^0 \rho^0}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta \omega}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' \omega}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' \phi}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta \phi}. \tag{5.19}
\end{aligned}$$

Da wir vorher die Zerfallsbreite als Funktion der Massen bestimmt haben - Gleichung (5.14) - können wir die Massen der Teilchen in die Funktion einsetzen und erhalten Resultate für die Zerfallskanäle.

Dabei können die Massen der Teilchen den Tabellen 3.1 und 3.4 entnommen werden.

5.5 Ergebnisse der Zerfallsbreiten

Die Zerfallsamplituden ergeben:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow KK^*} &= g_2^2 \cdot 4 \cdot 0.1443 \text{ GeV}^3, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho} &= g_2^2 \cdot 3 \cdot 0.1595 \text{ GeV}^3, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta\omega} &= g_2^2 \cdot 0.097 \text{ GeV}^3, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta'\omega} &= g_2^2 \cdot 0.044 \text{ GeV}^3, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta'\phi} &= g_2^2 \cdot 0.074 \text{ GeV}^3, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta\phi} &= g_2^2 \cdot 0.088 \text{ GeV}^3.
\end{aligned} \tag{5.20}$$

Die Faktoren drei und vier kommen aus der Summierung über die Isospin-Zustände, der Faktor g_2^2 ist die Kopplungskonstante und hat in dieser effektiven Lagrange-Dichte die Dimension $[g_2] = \frac{1}{\text{GeV}}$. Daher haben die Zerfallsbreiten in diesem Zerfallskanal die Dimension GeV^3 . Da die Kopplungskonstante nicht bestimmt werden kann, bilden wir wieder die Verhältnisse der Zerfallsbreiten, um diese kürzen zu können. In diesem Zerfallskanal des Vektor-Glueballs bilden wir das Verhältnis über die Zerfälle $3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho}$, da die Massen der Teilchen π und ρ experimentell am Genausten bestimmt sind.

Für die Verhältnisse der Zerfallsbreiten ergibt sich folgendes:

$$\begin{aligned}
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow KK^*}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho}} &= \frac{4 \cdot 0.1443 \text{ GeV}^3}{3 \cdot 0.1595 \text{ GeV}^3} = 1.2064, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta\omega}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho}} &= \frac{0.097 \text{ GeV}^3}{3 \cdot 0.1595 \text{ GeV}^3} = 0.203, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta'\omega}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho}} &= \frac{0.044 \text{ GeV}^3}{3 \cdot 0.1595 \text{ GeV}^3} = 0.092, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta'\phi}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho}} &= \frac{0.074 \text{ GeV}^3}{3 \cdot 0.1595 \text{ GeV}^3} = 0.155, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta\phi}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi\rho}} &= \frac{0.088 \text{ GeV}^3}{3 \cdot 0.1595 \text{ GeV}^3} = 0.184.
\end{aligned} \tag{5.21}$$

An dieser Stelle halten wir nun den wichtigsten Teil dieser Arbeit fest. Wir stellen fest, dass unser effektives Modell, eine gute Möglichkeit ist, Zerfallswahrscheinlichkeiten des Vektor-Glueballs vorherzusagen.

So ist es uns auch in diesem Zerfallskanal gelungen, Vorhersagen für zukünftige Experimente zu treffen, welche die Zerfälle von Vektor-Glueballs nachweisen wollen.

Wie man den Zerfallsbreiten entnehmen kann, ist der Zerfall in Kaon-Teilchen die dominante Zerfallsbreite. Deutlich weniger stark zerfällt der Glueball in die Teilchen η

und ω , gefolgt von der Zerfallsbreite der Teilchen η und ϕ , und anschließend die Zerfallsbreite der Teilchen η' und ϕ . Am seltensten zerfällt der Glueball in η' und ω .

6 Zerfall in Pseudovektor-Mesonen und pseudoskalare Mesonen

Der letzte Zerfallskanal, den wir in dieser Arbeit betrachten werden, ist der Zerfall des Vektor-Glueballs in pseudoskalare und Pseudo-Vektormesonen. Auch hier vereinfachen wir zunächst einmal die vollständige Lagrange-Dichte, indem wir die Spur weglassen. Die vereinfachte Lagrange-Dichte nennen wir - wie vorher auch - Musterprozess. Anschließend bilden wir das Betragsquadrat der Zerfallsamplitude des Musterprozesses. Aus diesem Betragsquadrat der Zerfallsamplitude können wir die Zerfallsbreite als Funktion der Massen bestimmen. Zum Schluss betrachten wir wieder die vollständige Lagrange-Dichte, werten die Spur aus und erhalten ALLE möglichen Zerfälle aus diesem Zerfallskanal.

6.1 Die effektive Lagrange-Dichte

Die allgemeine Lagrange-Dichte lautet:

$$\mathcal{L}_3 = g_3 \mathcal{O}_\mu \text{Tr}[P B^\mu]. \quad (6.1)$$

Doch wir beginnen wieder mit einem Musterprozess um - wie vorher auch - die Zerfallsamplitude als Funktion der Massen zu bestimmen. Zu einem späteren Zeitpunkt wird dann die Spur über alle möglichen Zerfälle gebildet und die einzelnen Zerfälle werden ausgewertet. Zum Auswerten bilden wir die Verhältnisse der Zerfallsbreiten, um die Kopplungskonstante kürzen zu können.

6.2 Musterprozess

Die Lagrange-Dichte für diesen Musterprozess lautet:

$$\mathcal{L}_{3,M} = g_3 \mathcal{O}_\mu p b^\mu. \quad (6.2)$$

Der entsprechende Beitrag zur Zerfallsamplitude ist:

$$\mathcal{M}^{a,b} = g_3 \varepsilon(\vec{0})_\mu^a \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu}. \quad (6.3)$$

Weil wir uns im Ruhesystem des Vektor-Glueballs befinden, ist der Polarisationsvektor des Vektor-Glueballs $\varepsilon(\vec{0})_\mu^a$. Der Polarisationsvektor des Pseudo-Vektormesons ist $\varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu}$. Das pseudoskalare Meson hat keine Polarisation. In Abbildung 6.1 ist das Feynman-Diagramm in erster Ordnung dieses Streuprozesses gezeigt:

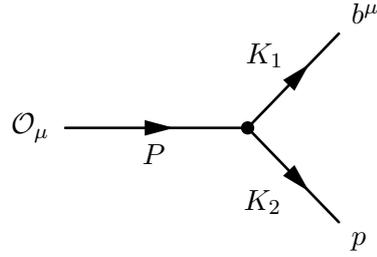


Abbildung 6.1: Der Glueball \mathcal{O}_μ zerfällt in ein Pseudo-Vektormeson und ein pseudo-skalares Meson

6.3 Betragsquadrat der Zerfallsamplitude

Um die Zerfallsbreite zu bestimmen, welche nur noch von den Massen abhängt, bestimmen wir zunächst das Betragsquadrat der Amplitude des Musterprozesses:

$$\frac{1}{3} \sum_{a,b} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 = \sum_{a,b} \frac{1}{3} g_3^2 \varepsilon(\vec{0})_\mu^a \varepsilon(\vec{0})_\nu^a \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\mu} \varepsilon(\vec{k}_1)^{b,\nu}. \quad (6.4)$$

Wir verwenden die Vollständigkeitsrelation der Polarisationsvektoren:

$$\sum_a \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma} \varepsilon(\vec{p})^{a,\sigma'} = \left(-g^{\sigma\sigma'} + \frac{P^\sigma P^{\sigma'}}{M^2} \right). \quad (6.5)$$

Damit vereinfacht sich das Betragsquadrat der Amplitude aus Gleichung (6.4) zu:

$$\begin{aligned} \frac{1}{3} \sum_{a,b} \left| -i\mathcal{M}^{a,b,c} \right|^2 &= \frac{1}{3} g_3^2 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{P_\mu P_\nu}{M_G^2} \right) \left(-g^{\mu\nu} + \frac{K_1^\mu K_1^\nu}{M_B^2} \right) \\ &= \frac{1}{3} g_3^2 \left[\underbrace{(g^{\mu\nu} g_{\mu\nu})}_{\textcircled{1}} + \underbrace{\left(-g_{\mu\nu} \frac{K_1^\mu K_1^\nu}{M_B^2} \right)}_{\textcircled{2}} + \underbrace{\left(-g^{\mu\nu} \frac{P_\mu P_\nu}{M_G^2} \right)}_{\textcircled{3}} + \underbrace{\left(\frac{P_\mu P_\nu K_1^\mu K_1^\nu}{M_G^2 M_B^2} \right)}_{\textcircled{4}} \right] \\ &= \frac{g_3^2}{3} \left(4 - 1 - 1 + \frac{(K_1 P)^2}{M_G^2 M_B^2} \right) \\ &= \frac{g_3^2}{3} \left(2 + \frac{(K_1 P)^2}{M_G^2 M_B^2} \right). \end{aligned} \quad (6.6)$$

Werten wir die Spur im ersten Term aus, erhalten wir den Faktor 4. Die Faktoren -1 kommen aus den Transversalmoden.

Mit Hilfe der Definitionen der Vierervektoren aus Gleichung (5.11), wollen wir nun $P \cdot K_1$ bestimmen:

$$P = K_1 + K_2 \quad \rightarrow \quad P - K_1 = K_2. \quad (6.7)$$

Wir quadrieren alle Terme und erhalten:

$$K_2^2 = P^2 + K_1^2 - 2P \cdot K_1 \quad (6.8)$$

Wir ersetzen die quadratischen 4-Impulse der Teilchen durch deren Massen und stellen anschließend nach $P \cdot K_1$ um:

$$P \cdot K_1 = \frac{M_G^2 + M_B^2 - M_P^2}{2}. \quad (6.9)$$

Wie $|\vec{k}_f|$ aussieht, wissen wir bereits aus den vorherigen Zerfällen:

$$k_f \equiv |\vec{k}_f| = \frac{1}{2M_G} \sqrt{M_G^4 + (M_B^2 - M_P^2)^2 - 2M_G^2(M_B^2 + M_P^2)}. \quad (6.10)$$

Die allgemeine Zerfallsbreite hat folgende Form:

$$\Gamma_3 = \frac{|\vec{k}_f|}{8\pi M^2} |\mathcal{M}|^2. \quad (6.11)$$

Wir können unsere Resultate aus Gleichung (6.6), (6.9) und (6.10) nun in die allgemeine Form der Zerfallsbreite aus (6.11) einsetzen und erhalten für die Zerfallsbreite des Vektor-Glueballs in Pseudo-Vektormesonen und pseudoskalare Mesonen als Funktion der Massen folgende Form:

$$\Gamma_{G \rightarrow BP} = \frac{|\vec{k}_f|}{8\pi M_G^2} \left[\frac{1}{3} g_3^2 \left(2 + \frac{(M_G^2 + M_B^2 - M_P^2)^2}{4M_B^2 M_G^2} \right) \right]. \quad (6.12)$$

6.4 Alle Zerfallskanäle

Nun betrachten wir die vollständige Lagrange-Dichte, um alle möglichen Flavourkanäle dieses Zerfalls bestimmen zu können:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_3 &= g_3 \mathcal{O}_\mu \text{Tr}[PB^\mu] \\ &= g \mathcal{O}_\mu [\bar{K}_{1,B}^0 K^0 + K_{1,B}^0 \bar{K}^0 + \bar{K}_{1,B}^+ K^- + \bar{K}_{1,B}^- K^+ + b_1^+ \pi^- + b_1^- \pi^+ \\ &\quad + \frac{1}{2} (-b_1^0 + f_{1,N,B}) (-\pi^0 + \eta_n) + \frac{1}{2} (b_1^0 + f_{1,N,B}) (\pi^0 + \eta_n)] \\ &= g_3 \mathcal{O}_\mu [\bar{K}_{1,B}^0 K^0 + \bar{K}_{1,B}^0 \bar{K}^0 + \bar{K}_{1,B}^+ K^- + \bar{K}_{1,B}^- K^+ \\ &\quad + b_1^+ \pi^- + b_1^- \pi^+ + b_1^0 \pi^0 + \eta_n f_{1,N,B} + \eta_s f_{1,S,B}]. \end{aligned} \quad (6.13)$$

Die Lorentz-Indizes des Pseudo-Vektormesons wurden der Übersicht halber nicht mitgeschrieben.

Auch hier tauchen die unphysikalischen Felder η_m und η_s auf. Wir verwenden wie in Gleichung (5.17) die Mischungsfelder aus (3.5) und den errechneten Mischungswinkel $\theta \approx -36^\circ$ und schreiben die Lagrange-Dichte um:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_3 &= g_3 \mathcal{O}_\mu \left[\bar{K}_{1,B}^0 K^0 + \bar{K}_{1,B}^0 \bar{K}^0 + \bar{K}_{1,B}^+ K^- + \bar{K}_{1,B}^- K^+ \right. \\
&\quad \left. + b_1^+ \pi^- + b_1^- \pi^+ + b_1^0 \pi^0 \right. \\
&\quad \left. + f_{1,N,B}(\eta \cos \theta - \eta' \sin \theta) + f_{1,S,B}(\eta \sin \theta + \eta' \cos \theta) \right] \\
&= g_3 \mathcal{O}_\mu \left[\bar{K}_{1,B}^0 K^0 + \bar{K}_{1,B}^0 \bar{K}^0 + \bar{K}_{1,B}^+ K^- + \bar{K}_{1,B}^- K^+ \right. \\
&\quad \left. + b_1^+ \pi^- + b_1^- \pi^+ + b_1^0 \pi^0 + f_{1,N,B} \eta \cos \theta + f_{1,N,B} \eta' \sin \theta \right. \\
&\quad \left. + f_{1,S,B} \eta \sin \theta + f_{1,S,B} \eta' \cos \theta \right]. \tag{6.14}
\end{aligned}$$

Wir erhalten also elf Zerfälle, wobei wir wieder über alle möglichen Isospin-Zustände summieren. Als Beispiel führen wir das für den Zerfall $\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi}$ vor:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^0 \pi^0} &= \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^+ \pi^-} = \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^- \pi^+} \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi} &\equiv \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^0 \pi^0} + \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^+ \pi^-} + \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^- \pi^+} \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi} &= 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^0 \pi^0} \tag{6.15}
\end{aligned}$$

Wir fassen diese Zerfälle zusammen und erhalten sechs verschiedene Zerfallsmöglichkeiten:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K K_{1,B}} &= 4 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K_{1,B}^0 \bar{K}^0}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi} &= 3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1^0 \pi^0}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,N,B}} &, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,N,B}} &, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,S,B}} &, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,S,B}} &. \tag{6.16}
\end{aligned}$$

Da wir in Gleichung (6.12) die Zerfallsbreite als Funktion der Massen bestimmt haben, setzen wir nun nur noch die Massen der Teilchen ein, die in diesem Prozess auftreten und erhalten sofort Zahlenwerte.

Die Massen der Teilchen können den Tabellen 3.3 und 3.4 entnommen werden.

6.5 Ergebnis der Zerfallsbreiten

Die Zerfallsbreiten der sechs verschiedenen Flavourkanäle ergeben:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow KK_{1,B}} &= g_3^2 \cdot 4 \cdot 0.1245 \text{ GeV}^{-1}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi} &= g_3^2 \cdot 3 \cdot 2.373 \text{ GeV}^{-1}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,N,B}} &= g_3^2 \cdot 0.111 \text{ GeV}^{-1}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,N,B}} &= g_3^2 \cdot 0.206 \text{ GeV}^{-1}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,S,B}} &= g_3^2 \cdot 0.025 \text{ GeV}^{-1}, \\
\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,S,B}} &= g_3^2 \cdot 0.037 \text{ GeV}^{-1}.
\end{aligned} \tag{6.17}$$

In diesem Zerfallskanal des Vektor-Glueballs hat die Kopplungskonstante gerade die Dimension $[g_3] = \text{GeV}$. Daher haben die Zerfallsbreiten die Einheit GeV^{-1} . Da auch in diesem Zerfallskanal die Kopplungskonstante nicht bestimmt werden kann, bilden wir wieder die Verhältnisse der Zerfallsbreiten, um die Kopplungskonstante kürzen zu können. Als Basis dient der Zerfall $3 \cdot \Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi}$, da die Massen der Teilchen b_1 und π experimentell am Genauesten bekannt sind.

Für die Verhältnisse der Zerfallsbreiten ergibt sich folgendes:

$$\begin{aligned}
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow KK_{1,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi}} &= \frac{4 \cdot 0.1245 \text{ GeV}^{-1}}{3 \cdot 2.373 \text{ GeV}^{-1}} = 0.070, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,N,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi}} &= \frac{0.111 \text{ GeV}^{-1}}{3 \cdot 2.373 \text{ GeV}^{-1}} = 0.016, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,N,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi}} &= \frac{0.206 \text{ GeV}^{-1}}{3 \cdot 2.373 \text{ GeV}^{-1}} = 0.003, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,S,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi}} &= \frac{0.025 \text{ GeV}^{-1}}{3 \cdot 2.373 \text{ GeV}^{-1}} = 0.003, \\
\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,S,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1\pi}} &= \frac{0.037 \text{ GeV}^{-1}}{3 \cdot 2.373 \text{ GeV}^{-1}} = 0.005.
\end{aligned} \tag{6.18}$$

Auch für diesen Zerfallskanal ist es uns gelungen, mit den Methoden unseres effektiven Modells Vorhersagen für zukünftige Experimente zu treffen, welche die Zerfälle von Vektor-Glueballs nachweisen wollen.

Wie man den Zerfallsbreiten entnehmen kann, ist der Zerfall in Kaon-Teilchen die dominante Zerfallsbreite. Deutlich weniger stark zerfällt der Glueball in die Teilchen η und $f_{1,N,B}$. Genauso selten zerfällt der Glueball in die Teilchen η und $f_{1,S,B}$. Am seltensten zerfällt der Glueball in die Teilchen η' und $f_{1,B,N}$ sowie in die Teilchen η' und $f_{1,S,N}$.

7 Zusammenfassung der Ergebnisse und Ausblick

Ziel dieser Arbeit war es, Lagrange-Dichten zu konstruieren, welche die Zerfallsprodukte des Vektor-Glueballs 1^{--} beschreiben können und Vorhersagen über deren Zerfallswahrscheinlichkeiten zu treffen. Um diese zu bestimmen, wurde als Grundlage ein effektives Modell gewählt, welches Mesonen enthält, die aus den drei leichten Quarks u, d, s bestehen. In diesem Modell konstruierten wir zunächst drei Wechselwirkungs-Lagrange-Dichten, welche die fundamentalen Symmetrien der Quantenchromodynamik erhalten. Anschließend bestimmten wir für die jeweiligen Zerfallskanäle die passende Zerfallsbreite, die ausschließlich von den Massen der zerfallenden Teilchen abhängt. Aus dieser konnten wir durch einfaches Einsetzen der jeweiligen Massen die Zerfallsbreite der verschiedenen Zerfallsprodukte bestimmen. Da die Kopplungskonstanten g_1, g_2, g_3 weder experimentell noch theoretisch bestimmt wurden, wurden alle Resultate der jeweiligen Zerfallskanäle immer in Relation zur Zerfallsbreite des Glueballs in das am besten bekannte Zerfallsprodukt gegeben.

In der Tabelle 7.1 sind die Ergebnisse der Zerfallsbreiten der drei Zerfallskanäle zusammengefasst.

In den Gleichungen (4.4), (5.4), (6.4) kann nochmal nachvollzogen werden, aus welchen Lagrange-Dichten die jeweiligen Zerfallsmöglichkeiten entstanden sind.

Die Arbeit bietet eine Orientierung für zukünftige Experimente, welche die Zerfälle von Vektor-Glueball-Zuständen untersuchen wollen. Sollten die Zerfälle nachgewiesen werden können, könnten die Zerfallswahrscheinlichkeiten dieser Arbeit mit denen der Experimente verglichen werden. Ebenso so könnten die Kopplungskonstanten bestimmt werden.

Das Experiment BES-III hat schon einige Mesonen detektiert, welche von den Quantenzahlen und Masse zu unserem Vektor-Glueball passen. Allerdings beobachtete man, dass diese hauptsächlich in schwere Quarkzustände zerfielen. Ein Glueball aber sollte sowohl in schwere als auch in leichte Quark-Antiquark-Paare zerfallen.

Für die Zukunft könnte man diese Arbeit ausweiten, indem wir Mesonen berücksichtigen, die aus den Quarks u, d, s und c bestehen. Diese würden dann auch Zerfälle in schwere Quark-Antiquark-Zustände hervorbringen.

Eine weitere Möglichkeit ist es, die chirale Symmetrie zu berücksichtigen, was weitere Verhältnisse von Zerfallsbreiten festlegt und die Erweiterung der Lagrange-Dichte voraussetzt, da schwere Quark-Zustände wie z.B. das Charm-Quark die chirale und auch die Flavour-Symmetrie stark brechen.

Lagrange-Dichten	Verhältnisse der Zerfallsbreiten	Resultate
$\mathcal{L}_1 = g_1 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu A^\nu]$	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K_{1,A} K^*}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_{1\rho}}}$	1.085
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow f_{1,N,A} \omega}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_{1\rho}}}$	0.315
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow f_{1,S,A} \phi}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow a_{1\rho}}}$	0.203
$\mathcal{L}_2 = g_2 \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \partial^\rho \mathcal{O}^\sigma \text{Tr}[V^\mu \partial^\nu P]$	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K K^*}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho}}$	1.206
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta \omega}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho}}$	0.203
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' \omega}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho}}$	0.092
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' \phi}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho}}$	0.155
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta \phi}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \pi \rho}}$	0.184
$\mathcal{L}_3 = g_3 \mathcal{O}_\mu \text{Tr}[P B^\mu]$	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow K K_{1,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi}}$	0.070
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,N,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi}}$	0.016
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,N,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi}}$	0.003
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta' f_{1,S,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi}}$	0.003
	$\frac{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow \eta f_{1,S,B}}}{\Gamma_{\mathcal{O} \rightarrow b_1 \pi}}$	0.005

Tabelle 7.1: Die Ergebnisse dieser Arbeit zusammengefasst.

Danksagung

Mit diesen Zeilen möchte ich mich bei Allen bedanken, die mich bei dem Entstehungsprozess dieser Bachelorarbeit unterstützt haben.

Zunächst möchte ich mich bei Prof. Dr. Dirk H. Rischke bedanken, der mir mit Aufnahme in diese Arbeitsgruppe die Möglichkeit gegeben hat, einen wissenschaftlichen Beitrag in diesem Themengebiet leisten zu können. Ebenso möchte ich mich für die hervorragende Vorlesungsreihe, mit schriftlichen Skript, der Quantenfeldtheorie bedanken, welche mein Grundverständnis in diesem Gebiet gelegt hat.

Ein ganz besonderer Dank geht an meinem Betreuer Prof. Dr. Francesco Giacosa, der trotz Antritt seiner Professur in Polen mir die bestmögliche Betreuung geboten hat und für offene Fragen immer zur Verfügung stand. Ohne ihn wäre die Anfertigung dieser Arbeit nicht möglich gewesen.

Zu guter Letzt möchte ich meinen Freunden und Arbeitskollegen danken, die mich ebenfalls durch nützliche Gespräche und bei offenen Fragen unterstützt haben. Ganz besonderer Dank geht dabei an meinen Vater sowie an Moritz Greif, die mich bei der Korrektur meiner Arbeit unterstützt haben.

Literaturverzeichnis

- [AN04] A. C. Aguilar and A. A. Natale. A Dynamical gluon mass solution in a coupled system of the Schwinger-Dyson equations. *JHEP*, 08:057, 2004.
- [B⁺96] J. Z. Bai et al. Search for a vector glueball by a scan of the J / psi resonance. *Phys. Rev.*, D54:1221–1224, 1996. [Erratum: *Phys. Rev.*D57,3187(1998)].
- [Bet07] Diego Bettoni. The PANDA-Experiment at FAIR. 2007.
- [BIP12] D. Binosi, D. Ibanez, and J. Papavassiliou. The all-order equation of the effective gluon mass. *Phys. Rev.*, D86:085033, 2012.
- [C⁺06] Y. Chen et al. Glueball spectrum and matrix elements on anisotropic lattices. *Phys. Rev.*, D73:014516, 2006.
- [CH00] Chuan-Tsung Chan and Wei-Shu Hou. On the mixing amplitude of J / psi and vector glueball O. *Nucl. Phys.*, A675:367C–370C, 2000.
- [Eug12] Paul Eugenio. The GlueX experiment: Search for gluonic excitations via photoproduction at Jefferson Lab. *PoS, ConfinementX*:349, 2012.
- [Gia07] Francesco Giacosa. Two-photon decay of light scalars: A Comparison of tetraquark and quarkonium assignments. In *Proceedings, 12th International Conference on Hadron spectroscopy (Hadron 2007)*, 2007.
- [GR96] W. Greiner and J. Reinhardt. *Field Quantization*. Springer, 1996.
- [Hou96] George W. S. Hou. (Vector) glueballs and charmonium decay revisited. In *DPF '96, The Minneapolis Meeting*, 1996.
- [Hou97] George Wei-Shu Hou. The Case for a vector glueball. In *YITP International Workshop on Recent Developments in QCD and Hadron Physics Kyoto, Japan, December 16-18, 1996*, 1997.
- [JGR14] Stanislaus Janowski, Francesco Giacosa, and Dirk H. Rischke. Is f₀(1710) a glueball? *Phys. Rev.*, D90(11):114005, 2014.
- [L⁺09] M. F. M. Lutz et al. Physics Performance Report for PANDA: Strong Interaction Studies with Antiprotons. 2009.
- [O⁺14] K. A. Olive et al. Review of Particle Physics. *Chin. Phys.*, C38:090001, 2014.
- [PKW⁺13] Denis Parganlija, Peter Kovacs, Gyorgy Wolf, Francesco Giacosa, and Dirk H. Rischke. Meson vacuum phenomenology in a three-flavor linear sigma model with (axial-)vector mesons. *Phys. Rev.*, 87(1):014011, 2013.

- [PS95] M.E. Peskin and D.V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Advanced book program. Westview Press, 1995.
- [Ris14] D.H. Rischke. *Quantenfeldtheorie*, 7 2014.
- [Rob77] D. Robson. Identification of a Vector Glueball? *Phys. Lett.*, B66:267, 1977.
- [SFK12] Stefan Strauss, Christian S. Fischer, and Christian Kellermann. Analytic structure of the Landau gauge gluon propagator. *Phys. Rev. Lett.*, 109:252001, 2012.
- [Suz02] Mahiko Suzuki. Elusive vector glueball. *Phys. Rev.*, D65:097507, 2002.
- [Wan15] Zhiyong Wang. Recent Results at BESIII. *Nucl. Part. Phys. Proc.*, 258-259:129–134, 2015.

Erklärung

Ich versichere hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe. Alle Stellen dieser Arbeit, die anderen Quellen im Wortlaut oder dem Sinn nach entnommen wurden, sind mit Quellenangaben kenntlich gemacht. Dies gilt auch für Bilder, Grafiken, und für Quellen aus dem Internet. Ferner erkläre ich, dass die Arbeit nicht - auch nicht auszugsweise - für eine andere Prüfung verwendet wurde.

.....
Ort, Datum

.....
Unterschrift