Theoretische Physik 1 – Mathematische Methoden

Wintersemester 2026/27

Präsenzübungsblatt 2

Vorlesung: Marc Wagner
Übungsleitung: Carl B. Rosenkvist
rosenkvist@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabe 1: Vektorrelationen

Wir betrachten zwei Vektoren $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$. Beweise die folgende Relation:

$$(\mathbf{a} \times \mathbf{b})^2 = \mathbf{a}^2\mathbf{b}^2 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})^2.$$

Hierbei ist $a = |\mathbf{a}|$ und $b = |\mathbf{b}|$.

Aufgabe 2: Schiefer Wurf

Die Trajektorie

$$\mathbf{r}(t) = \begin{pmatrix} v_0 t \cos(\alpha) \\ v_0 t \sin(\alpha) - \frac{1}{2} g t^2 \end{pmatrix}$$

beschreibt den schiefen Wurf eines Massenpunktes (die Erdanziehung wirkt in negative y-Richtung). Hierbei ist v_0 die Anfangsgeschwindigkeit, α der Abwurfwinkel und g die Erdbeschleunigung.

(a) Berechne die Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t)$ und die Beschleunigung $\mathbf{a}(t)$.

(b) Zu welchem Zeitpunkt $t_{\max}$ hat der Massenpunkt seine maximale Höhe erreicht? In welcher Höhe befindet er sich dann?

(c) Berechne die Wurfweite des Massenpunktes (der Wurf endet, wenn die y-Komponente der Trajektorie den Wert 0 annimmt, d.h. der Massenpunkt am Boden aufschlägt). Wie muss α gewählt werden, damit der Massenpunkt möglichst weit fliegt?