Theoretische Physik 1 – Mathematische Methoden

Wintersemester 2026/27

Aufgabenblatt 4

Vorlesung: Marc Wagner
Übungsleitung: Carl B. Rosenkvist
rosenkvist@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabe 1: Zeitabhängige Kraft

Auf einen Massenpunkt (Masse m) wirk die zeitabhängige (aber nicht ortsabhängige) Kraft

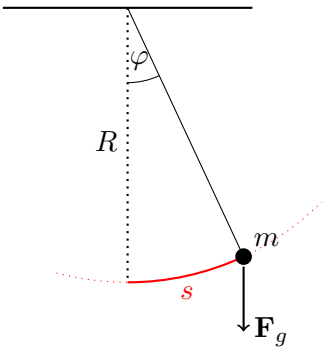
$$\mathbf{F}(t) = \big(A\sin(\omega t),\, Bt,\, C\big)$$

mit positiven Konstanten A, B, C und ω. Sie beschreibt also eine periodisch oszillierende Beschleunigung in x-Richtung, eine linear zunehmende Beschleunigung in y-Richtung sowie eine konstante Beschleunigung in z-Richtung.

Berechnen Sie die Trajektorie $\mathbf{r}(t)$ des Massenpunkts. Zum Zeitpunkt $t = 0$ sein Anfangsgeschwindigkeit $\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0$ und Anfangsort $\mathbf{r}(0) = \mathbf{r}_0$ gegeben.

Aufgabe 2: Fadenpendel

Ein Massenpunkt der Masse m hängt an einem Faden der Länge R und pendelt in einer Ebene unter dem Einfluss der Schwerkraft ($|\mathbf{F}_g| = mg$).



a) Stellen Sie die Newtonsche Bewegungsgleichung für die Auslenkung $s(t) = R\varphi(t)$ auf (siehe Skizze) und drücken Sie diese durch den Auslenkwinkel φ aus. Um die Bewegungsgleichung analytisch lösen zu können, nähern Sie die rücktreibende Kraft für kleine Winkel φ durch ihre Taylor-Entwicklung in führender nichtverschwindender Ordnung.

b) Lösen Sie die genäherte Bewegungsgleichung für die Anfangsbedingungen $\varphi(0) = 0$ und $\dot{\varphi}(0) = \Omega$. Mit welcher Frequenz pendelt der Massenpunkt?

c) Plotten Sie $\frac{x}{\sin(x)}$ im Bereich $x \in [-\pi/2, \pi/2]$. Ab welchem Auslenkwinkel φ_c überschreitet die Differenz zwischen rücktreibender Kraft und ihrer Näherung 10 %? Bestimmen Sie φ_c näherungsweise graphisch aus dem Plot.

Hinweis: Zum Plotten können Sie wie in Aufgabe 1 der Präsenzübung z. B. `gnuplot` *und/oder eine KI Ihrer Wahl verwenden.*

Aufgabe 3: Fallschirmspringer (Fortsetzung)

Bearbeiten Sie die verbleibenden Teile von Aufgabe 2 (*Fallschirmspringer*) des Präsenzübungsblatts 4, die in der Präsenzübung nicht abgeschlossen wurden.