Einführung in die Quantenfeldtheorie
SoSe 2025 – Prof. Marc Wagner
Marc Winstel: winstel@itp.uni-frankfurt.de

Aufgabenblatt 5

Zu besprechen in den Tutorien am 27.05 und 30.05.2025

Aufgabe 1 [*Störungstheorie mit erzeugendem Funktional in ϕ^4-Theorie*]
Für die ϕ^4 Theorie in Euklidischer Zeit mit der Wirkung

$$S_E = \int \mathrm{d}^4x \left[\frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial_\mu\phi + \frac{m^2}{2}\phi^2 + \frac{\lambda}{4!}\phi^4\right] \tag{1}$$

haben wir in der Vorlesung das erzeugende Funktional

$$\begin{aligned} Z[J] &= \frac{1}{Z}\int \mathcal{D}\phi \exp\left[-S_E + (J,\phi)\right] \\ &= \frac{Z_0}{Z}\exp\left(-S_I\left[\frac{\delta}{\delta J}\right]\right)\exp\left(\frac{1}{2}(J,\Delta_F J)\right) \end{aligned} \tag{2}$$

wobei $Z = \int \mathcal{D}\phi \exp\left(-S_E\right)$ und Z_0 der entsprechende Normierungsfaktor für das erzeugende Funktional $Z_0[J]$ der freien skalaren Theorie ist. In der Vorlesung wurden die Exponentialterme umgeschrieben,

$$\begin{aligned} &\exp\left(-S_I\left[\frac{\delta}{\delta J}\right]\right)\exp\left(\frac{1}{2}(J,\Delta_F J)\right) = \\ &\qquad \exp\left(\frac{1}{2}(J,\Delta_F J)\right)\left(1 + \lambda W_1[J] + \lambda^2 W_2[J] + \ldots\right), \end{aligned} \tag{3}$$

sodass $W_j[J]$ die Beiträge in j-ter Ordnung Störungstheorie beinhalten, siehe Gl. (121) bis (124) im Skript.

(i) $W_1[J]$ wurde im Skript bereits durch Feynman-Propagatoren und J ausgedrückt, sodass eine direkte diagrammatische Übersetzung in Feynman-Diagrammen möglich ist. Selbiges gilt für spezielle Teile von $W_2[J]$. Berechne nun den vollen Ausdruck für $W_2[J]$, wobei

$$\begin{aligned} W_2[J] = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4!}\right)^2 \exp\left(-\frac{1}{2}(J,\Delta_F J)\right)\left(\int \mathrm{d}^4x \left(\frac{\delta}{\delta J(x)}\right)^4\right)^2 \times \\ \times \exp\left(\frac{1}{2}(J,\Delta_F J)\right). \end{aligned} \tag{4}$$

(ii) Übersetze den vollen Ausdruck für $W_2[J]$ in Feynman-Diagramme.

(iii) Berechne nun $G_2(y_1, y_2)$ bis einschließlich Ordnung λ^2, d.h. verwende die Ergebnisse für $W_1[J]$ und $W_2[J]$ in deiner Berechnung.

Produced with the ExerciseHandler