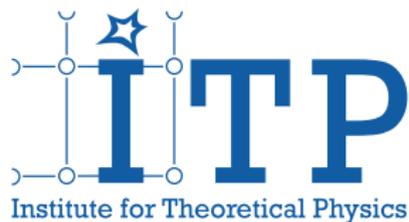


Thermodynamik

Hendrik van Hees

Goethe University Frankfurt

26. September 2019



Link auf meine Homepage

(mit Präsentation und Übungsblatt zum Downloaden):

<https://itp.uni-frankfurt.de/~hees/>

1 Statistische Physik

- Stoffmenge (mol)

2 Das ideale Gas

- Zustandsgleichung und absolute Temperatur
- Nullter Hauptsatz der Thermodynamik
- Temperaturmessung

3 Zustandsänderungen

- Erster Hauptsatz und isochore Zustandsänderungen
- isobare Zustandsänderungen
- isotherme Zustandsänderungen
- adiabatische Zustandsänderungen

4 Zusammenfassung

5 Literatur

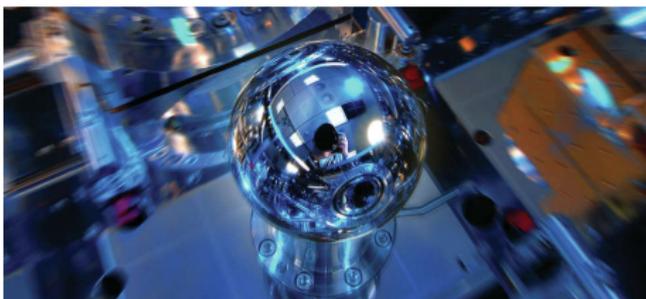
Statistische Physik

- Materie setzt sich aus Elementarteilchen zusammen
- fundamentale Naturgesetze \Leftrightarrow Bewegungsgleichungen von „**Atomen**“ (heute: Quantentheorie)
- makroskopische Materie: $N_A \simeq 6 \cdot 10^{23}$ Teilchen
- detaillierte Beschreibung aller Orte und Impulse unmöglich
- benötige nur **makroskopische Größen**
- verwende **statistische Beschreibung**
 \Rightarrow **Mittlung über viele mikroskopische Freiheitsgrade**

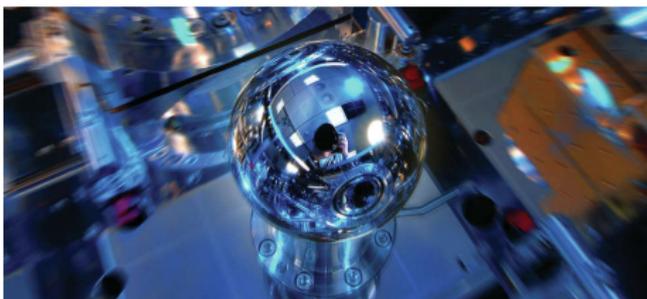
Stoffmenge (mol)



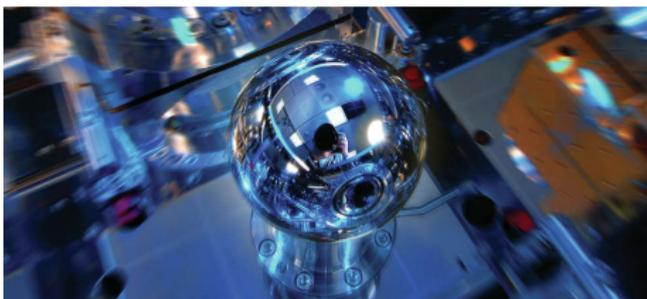
- mikroskopisch: **Stoffmenge** = Anzahl von „relevanten“ Teilchen für „Alltagsmaterie“ Atome oder Moleküle



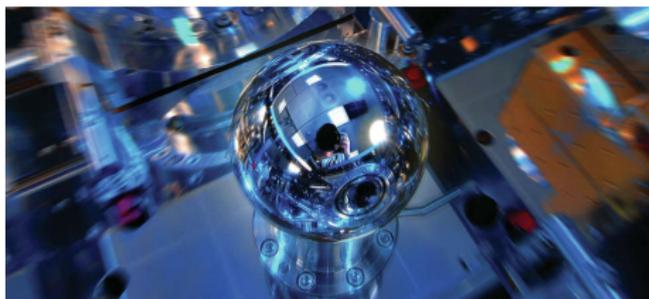
- mikroskopisch: **Stoffmenge** = Anzahl von „relevanten“ Teilchen für „Alltagsmaterie“ Atome oder Moleküle
- Beispiele
 - **Gase**; Luft: Moleküle aus $\sim 21\%$ Sauerstoff O_2 und $\sim 79\%$ Stickstoff N_2 und weiteren „Spurengasen“ ($0.04\% CO_2, \dots$)



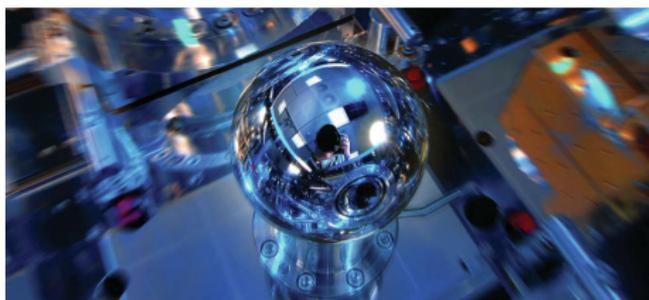
- mikroskopisch: **Stoffmenge** = Anzahl von „relevanten“ Teilchen für „Alltagsmaterie“ Atome oder Moleküle
- Beispiele
 - **Gase**; Luft: Moleküle aus $\sim 21\%$ Sauerstoff O_2 und $\sim 79\%$ Stickstoff N_2 und weiteren „Spurengasen“ ($0.04\% CO_2, \dots$)
 - **Flüssigkeiten**; Wasser: Moleküle aus H_2O



- mikroskopisch: **Stoffmenge** = Anzahl von „relevanten“ Teilchen für „Alltagsmaterie“ Atome oder Moleküle
- Beispiele
 - **Gase**; Luft: Moleküle aus $\sim 21\%$ Sauerstoff O_2 und $\sim 79\%$ Stickstoff N_2 und weiteren „Spurengasen“ ($0.04\% CO_2, \dots$)
 - **Flüssigkeiten**; Wasser: Moleküle aus H_2O
 - **Festkörper**; Siliziumkugel (Si-Atome) der PTB zur **Definition des Mols**



- mikroskopisch: **Stoffmenge** = Anzahl von „relevanten“ Teilchen für „Alltagsmaterie“ Atome oder Moleküle
- Beispiele
 - **Gase**; Luft: Moleküle aus $\sim 21\%$ Sauerstoff O_2 und $\sim 79\%$ Stickstoff N_2 und weiteren „Spurengasen“ ($0.04\% CO_2, \dots$)
 - **Flüssigkeiten**; Wasser: Moleküle aus H_2O
 - **Festkörper**; Siliziumkugel (Si-Atome) der PTB zur **Definition des Mols**
- makroskopisches Maß eher die **Masse** („Wiegen statt Zählen“)
- **1 mol** Einheit der **Stoffmenge**:
die Menge eines Stoffes, der dieselbe Zahl (**Avogadrozahl** N_A) „effektiver elementarer Einheiten“ (Atome oder Moleküle) enthält wie ^{12}C Atome in 12 g isotopenreinem Kohlenstoff enthalten sind (bis 2019)

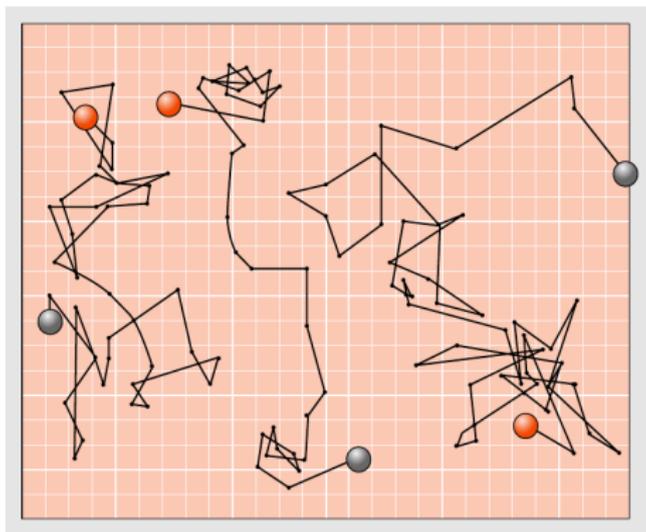


- mikroskopisch: **Stoffmenge** = Anzahl von „relevanten“ Teilchen für „Alltagsmaterie“ Atome oder Moleküle
- Beispiele
 - **Gase**; Luft: Moleküle aus $\sim 21\%$ Sauerstoff O_2 und $\sim 79\%$ Stickstoff N_2 und weiteren „Spurengasen“ ($0.04\% CO_2, \dots$)
 - **Flüssigkeiten**; Wasser: Moleküle aus H_2O
 - **Festkörper**; Siliziumkugel (Si-Atome) der PTB zur **Definition des Mols**
- makroskopisches Maß eher die **Masse** („Wiegen statt Zählen“)
- **1 mol** Einheit der **Stoffmenge**:
die Menge eines Stoffes, der dieselbe Zahl (**Avogadrozahl** N_A) „effektiver elementarer Einheiten“ (Atome oder Moleküle) enthält wie ^{12}C Atome in 12 g isotopenreinem Kohlenstoff enthalten sind (bis 2019)
- heute: die **Avogadrozahl** beträgt exakt $N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$

Das ideale Gas

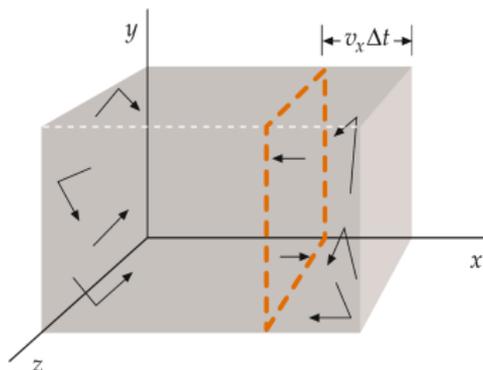
Das ideale Gas

- **Gas:** Atome bzw. Moleküle bewegen sich mehr oder weniger frei
- **ideale Gase:** mittlere freie Weglänge \gg Reichweite der Wechselwirkung
- **Modell:** punktförmige Teilchen, die nur durch **Stöße** von vernachlässigbarer Dauer wechselwirken
- eingesperrt in Kasten mit Volumen V
- **Druck:** mittlere Kraft auf Behälterwand durch Stöße



Zustandsgleichung und absolute Temperatur

- thermodynamisches Gleichgew. makroskopische Eigenschaften konstant
- viele Stöße: **räumlich gleichverteilt** (vernachlässige Schwerkraft!)



- Teilchen mit v_x , die in Zeitintervall dt auf Wand treffen

$$dN_{\text{Stöße}} = \frac{1}{2} \frac{N}{V} |v_x| A dt$$

- Faktor $1/2$: nur Teilchen mit $v_x > 0$ erreichen Wand
keine Richtung bevorzugt: gleich viele Teilchen mit $v_x < 0$ wie $v_x > 0$

Zustandsgleichung und absolute Temperatur

- **Stoß** an „unendlich schwerer Wand“ \Rightarrow **Impulserhaltung:** $m v'_x = -m v_x$
- Kraft auf Wand

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = 2m|v_x| \frac{dN_{\text{Stöße}}}{dt} = \frac{N}{V} m v_x^2 A$$

Zustandsgleichung und absolute Temperatur

- **Stoß** an „unendlich schwerer Wand“ \Rightarrow **Impulserhaltung**: $m v'_x = -m v_x$
- Kraft auf Wand

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = 2m|v_x| \frac{dN_{\text{Stöße}}}{dt} = \frac{N}{V} m v_x^2 A$$

- Druck: **mittlere Kraft pro Fläche**

$$p = \langle F_x \rangle / A = N m \langle v_x^2 \rangle / V. \quad (1)$$

Zustandsgleichung und absolute Temperatur

- **Stoß** an „unendlich schwerer Wand“ \Rightarrow **Impulserhaltung**: $m v'_x = -m v_x$
- Kraft auf Wand

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = 2m|v_x| \frac{dN_{\text{Stöße}}}{dt} = \frac{N}{V} m v_x^2 A$$

- Druck: **mittlere Kraft pro Fläche**

$$p = \langle F_x \rangle / A = N m \langle v_x^2 \rangle / V. \quad (1)$$

- keine Richtung bevorzugt: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \Rightarrow$

$$m \langle v_x \rangle^2 = \frac{m}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle E_{\text{kin}} \rangle.$$

- bis auf Faktor: mittlere kinetische Energie $\propto T$ (T : **absolute Temperatur**)

Zustandsgleichung und absolute Temperatur

- **Stoß** an „unendlich schwerer Wand“ \Rightarrow **Impulserhaltung**: $m v'_x = -m v_x$
- Kraft auf Wand

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = 2m|v_x| \frac{dN_{\text{Stöße}}}{dt} = \frac{N}{V} m v_x^2 A$$

- Druck: **mittlere Kraft pro Fläche**

$$p = \langle F_x \rangle / A = N m \langle v_x^2 \rangle / V. \quad (1)$$

- keine Richtung bevorzugt: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \Rightarrow$

$$m \langle v_x \rangle^2 = \frac{m}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle E_{\text{kin}} \rangle.$$

- bis auf Faktor: mittlere kinetische Energie $\propto T$ (T : **absolute Temperatur**)
- **Zustandsgleichung des idealen Gases** \Rightarrow mit (1)

$$pV = N k_B T = \frac{N}{N_A} N_A k_B T = \nu R T \quad (2)$$

- **Boltzmann-Konstante** k_B legt **Temperatureinheit** K (Kelvin) fest

Zustandsgleichung und absolute Temperatur

- **Stoß** an „unendlich schwerer Wand“ \Rightarrow **Impulserhaltung**: $m v'_x = -m v_x$
- Kraft auf Wand

$$F_x = \frac{dp_x}{dt} = 2m|v_x| \frac{dN_{\text{Stöße}}}{dt} = \frac{N}{V} m v_x^2 A$$

- Druck: **mittlere Kraft pro Fläche**

$$p = \langle F_x \rangle / A = N m \langle v_x^2 \rangle / V. \quad (1)$$

- keine Richtung bevorzugt: $\langle v_x^2 \rangle = \langle v_y^2 \rangle = \langle v_z^2 \rangle \Rightarrow$

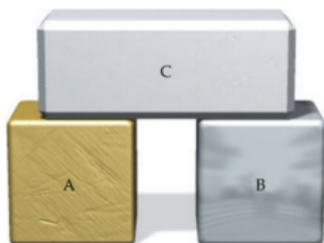
$$m \langle v_x^2 \rangle = \frac{m}{3} \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle = \frac{2}{3} \langle E_{\text{kin}} \rangle.$$

- bis auf Faktor: mittlere kinetische Energie $\propto T$ (T : **absolute Temperatur**)
- **Zustandsgleichung des idealen Gases** \Rightarrow mit (1)

$$pV = N k_B T = \frac{N}{N_A} N_A k_B T = \nu R T \quad (2)$$

- **Boltzmann-Konstante** k_B legt **Temperatureinheit** K (Kelvin) fest
- seit 2019: $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- mit (2): **mittlere Energie eines Gasmoleküls** (eiatomiges Gas) $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{3}{2} k_B T$

Nullter Hauptsatz der Thermodynamik



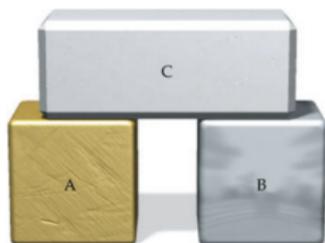
(a)



(b)

- Systeme in Wärmekontakt \Rightarrow thermisches Gleichgewicht: $T_A = T_C = T_B$

Nullter Hauptsatz der Thermodynamik



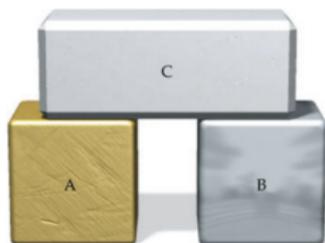
(a)



(b)

- Systeme in Wärmekontakt \Rightarrow thermisches Gleichgewicht: $T_A = T_C = T_B$
- Energieübertrag durch Stöße der Teilchen an Kontaktfläche
- Gleichgewicht: Energieübertrag $\text{Rate}(A \rightarrow B) = \text{Rate}(B \rightarrow A)$

Nullter Hauptsatz der Thermodynamik

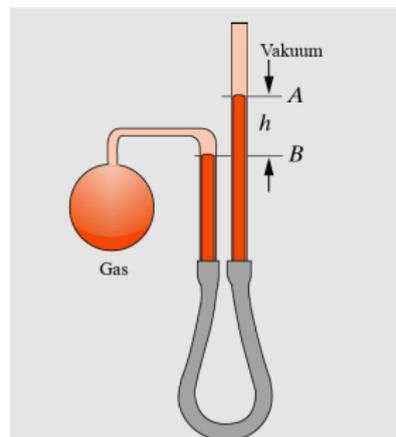


(a)



(b)

- Systeme in Wärmekontakt \Rightarrow thermisches Gleichgewicht: $T_A = T_C = T_B$
- Energieübertrag durch Stöße der Teilchen an Kontaktfläche
- Gleichgewicht: Energieübertrag Rate($A \rightarrow B$) = Rate($B \rightarrow A$)
- falls $T_A > T_B$: im Mittel mehr Energieübertrag $A \rightarrow B$
- **Wärmeenergie** fließt immer von wärmerem zum kälteren Körper
- **Nullter Hauptsatz**: Zwei Systeme, die in Wärmekontakt sind, besitzen im thermodynamischen Gleichgewicht **die gleiche Temperatur**



- feste Gasmenge (N Teilchen), festes Volumen V
- Druck aus **Quecksilberhöhe** $p = \rho_{\text{Hg}} g h$
- **Gasgleichung** $\Rightarrow T = \frac{pV}{\nu R}$
- kann Temperaturen beliebiger Stoffe messen
- bringe **Thermometer** in Wärmekontakt mit Körper
- ursprüngliche Definition der Temperaturskala:
 - **Celsius:** Eis-Wassergemisch: 0°C
siedendes Wasser 100°C (bei Normaldruck)
- **Temperaturdifferenzen:** $\text{K} \hat{=} ^\circ\text{C}$
- Eichung mit Gasthermometer: **absolute Temperaturen** $T = 0^\circ\text{C} = 273,15\text{K}$

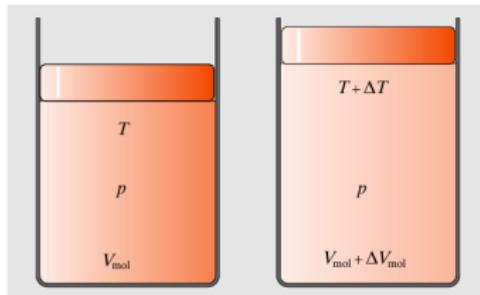
Zustandsänderungen

Erster Hauptsatz und isochore Zustandsänderungen

- **Energieerhaltungssatz** für feste Gasmenge ν
- **Energieänderungen** via dV , dT

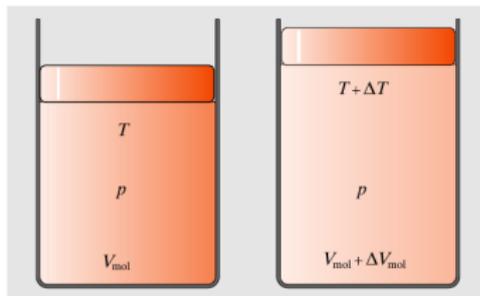
Erster Hauptsatz und isochore Zustandsänderungen

- **Energieerhaltungssatz** für feste Gasmenge ν
- **Energieänderungen** via dV , dT
- innere Energie (thermische Energie): $U = \frac{3}{2} \nu R T \Rightarrow dU = \frac{3}{2} \nu R dT$



Erster Hauptsatz und isochore Zustandsänderungen

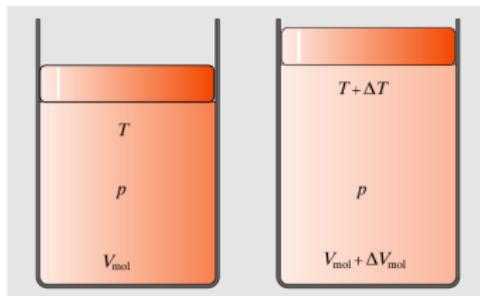
- **Energieerhaltungssatz** für feste Gasmenge ν
- **Energieänderungen** via dV , dT
- innere Energie (thermische Energie): $U = \frac{3}{2} \nu R T \Rightarrow dU = \frac{3}{2} \nu R dT$



- **mechanische Arbeit:** $dW = pAdl = p dV$

Erster Hauptsatz und isochore Zustandsänderungen

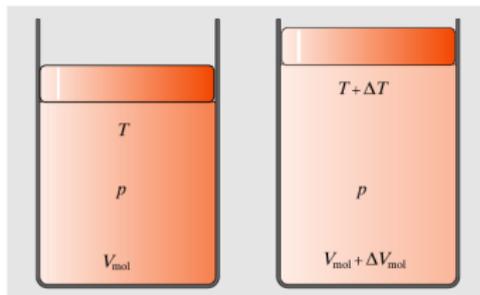
- **Energieerhaltungssatz** für feste Gasmenge ν
- **Energieänderungen** via dV , dT
- innere Energie (thermische Energie): $U = \frac{3}{2} \nu R T \Rightarrow dU = \frac{3}{2} \nu R dT$



- **mechanische Arbeit:** $dW = p A dl = p dV$
- **Erster Hauptsatz:** $dU = dQ - dW = dQ - p dV = \frac{3}{2} \nu R dT$
- **Vorzeichen:** wird Volumen größer $\Rightarrow dW > 0 \Rightarrow$ Gas verrichtet Arbeit $\Rightarrow dW$ wird innerer Energie entzogen
- dQ : Wärmeenergie

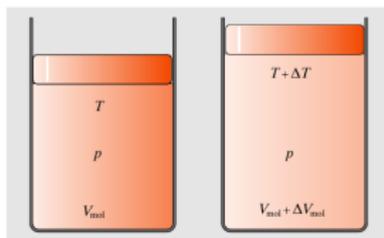
Erster Hauptsatz und isochore Zustandsänderungen

- **Energieerhaltungssatz** für feste Gasmenge ν
- **Energieänderungen** via dV , dT
- innere Energie (thermische Energie): $U = \frac{3}{2} \nu R T \Rightarrow dU = \frac{3}{2} \nu R dT$



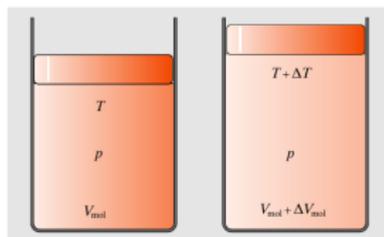
- **mechanische Arbeit:** $dW = p Adl = p dV$
- **Erster Hauptsatz:** $dU = dQ - dW = dQ - p dV = \frac{3}{2} \nu R dT$
- **Vorzeichen:** wird Volumen größer $\Rightarrow dW > 0 \Rightarrow$ Gas verrichtet Arbeit $\Rightarrow dW$ wird innerer Energie entzogen
- **dQ: Wärmeenergie**
- **isochore Zustandsänderung:** $dV = 0$
 $dU = dQ = C_V dT$
 $\Rightarrow C_V = \frac{3}{2} \nu R$ (**isochore Wärmekapazität** für einatomiges Gas)

Isobare Zustandsänderungen



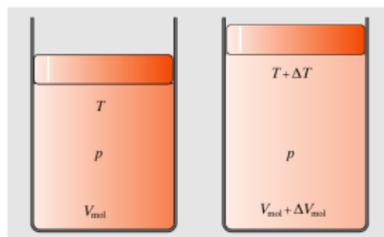
- während Zustandsänderung $p = \text{const}$ (**isobare Zustandsänderung**)

Isobare Zustandsänderungen



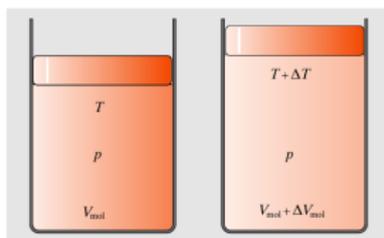
- während Zustandsänderung $p = \text{const}$ (**isobare Zustandsänderung**)
- 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p dV$

Isobare Zustandsänderungen



- während Zustandsänderung $p = \text{const}$ (**isobare Zustandsänderung**)
- 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p dV$
- Zustandsgleichung: $pV = \nu RT \Rightarrow dV = \frac{\nu R}{p} dT$
- $\Rightarrow dU = dQ - \nu R dT = C_p dT - \nu R dT = C_V dT$

Isobare Zustandsänderungen



- während Zustandsänderung $p = \text{const}$ (**isobare Zustandsänderung**)
- 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p dV$
- Zustandsgleichung: $pV = \nu RT \Rightarrow dV = \frac{\nu R}{p} dT$
- $\Rightarrow dU = dQ - \nu R dT = C_p dT - \nu R dT = C_V dT$
- **Wärmekapazität bei konstantem Druck:** $C_p = C_V + \nu R$
- $C_p > C_V$, weil man zusätzlich noch Arbeit

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \int_{V_1}^{V_2} dV p = p(V_2 - V_1)$$

- Wärmeänderung und Arbeit hängen von **Art der Zustandsänderung ab (Prozessgrößen)**
- **Zustandsgröße:** im Gleichgewicht **nur** bestimmt durch „Istzustand“:
 U, p, T, V, ν

Isotherme Zustandsänderungen

- während Zustandsänderung $T = \text{const}$ bzw. $dT = 0$

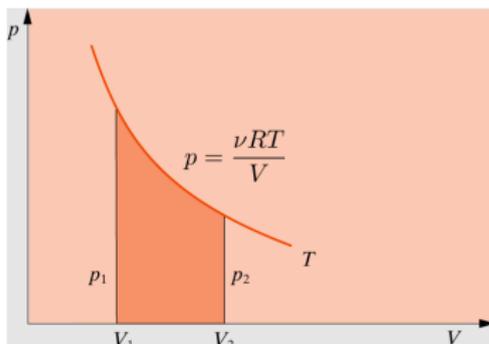
Isotherme Zustandsänderungen

- während Zustandsänderung $T = \text{const}$ bzw. $dT = 0$
- 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p dV = C_V dT = 0$

Isotherme Zustandsänderungen

- während Zustandsänderung $T = \text{const}$ bzw. $dT = 0$
- 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p dV = C_V dT = 0$
- ideale Gasgleichung: $p = \nu RT / V$
- Integral:

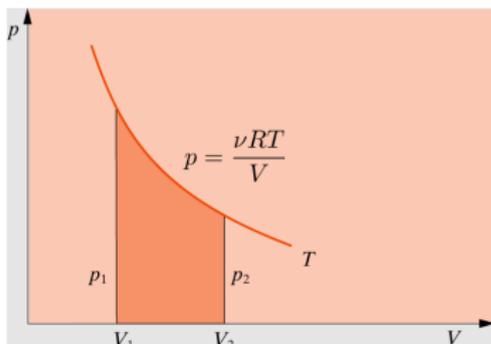
$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \Delta W = \int_{V_1}^{V_2} dV p = \int_{V_1}^{V_2} dV \frac{\nu RT}{V} = \nu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$



Isotherme Zustandsänderungen

- während Zustandsänderung $T = \text{const}$ bzw. $dT = 0$
- 1. Hauptsatz: $dU = dQ - p dV = C_V dT = 0$
- ideale Gasgleichung: $p = \nu RT / V$
- Integral:

$$\Delta Q = Q_2 - Q_1 = \Delta W = \int_{V_1}^{V_2} dV p = \int_{V_1}^{V_2} dV \frac{\nu RT}{V} = \nu RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$



- **Arbeit** = Fläche unter Kurve im pV -Diagramm (gilt immer!)

Adiabatische Zustandsänderungen

- **adiabatische Zustandsänderung:** kein Wärmeaustausch $\Rightarrow dQ = 0$
- **1. Hauptsatz:** $dU = C_V dT = -pdV$

Adiabatische Zustandsänderungen

- **adiabatische Zustandsänderung:** kein Wärmeaustausch $\Rightarrow dQ = 0$
- **1. Hauptsatz:** $dU = C_V dT = -p dV$
- $\Rightarrow p = \nu RT / V \Rightarrow C_V dT = -\nu RT \frac{dV}{V}$

Adiabatische Zustandsänderungen

- **adiabatische Zustandsänderung:** kein Wärmeaustausch $\Rightarrow dQ = 0$
- **1. Hauptsatz:** $dU = C_V dT = -p dV$
- $\Rightarrow p = \nu RT / V \Rightarrow C_V dT = -\nu RT \frac{dV}{V}$
- $\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{\nu R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

Adiabatische Zustandsänderungen

- **adiabatische Zustandsänderung:** kein Wärmeaustausch $\Rightarrow dQ = 0$
- **1. Hauptsatz:** $dU = C_V dT = -p dV$
- $\Rightarrow p = \nu RT/V \Rightarrow C_V dT = -\nu RT \frac{dV}{V}$
- $\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{\nu R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$
- Integration: $\int dx/x = \ln x + C \Rightarrow$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{\nu R}{C_V} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

Adiabatische Zustandsänderungen

- **adiabatische Zustandsänderung:** kein Wärmeaustausch $\Rightarrow dQ = 0$

- **1. Hauptsatz:** $dU = C_V dT = -p dV$

- $\Rightarrow p = \nu RT/V \Rightarrow C_V dT = -\nu RT \frac{dV}{V}$

- $\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{\nu R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

- Integration: $\int dx/x = \ln x + C \Rightarrow$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{\nu R}{C_V} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

- **Adiabatengleichung** für T und V :

$$T_2 V_2^{\nu R/C_V} = T_1 V_1^{\nu R/C_V}$$

Adiabatische Zustandsänderungen

- **adiabatische Zustandsänderung:** kein Wärmeaustausch $\Rightarrow dQ = 0$

- **1. Hauptsatz:** $dU = C_V dT = -p dV$

- $\Rightarrow p = \nu RT/V \Rightarrow C_V dT = -\nu RT \frac{dV}{V}$

- $\int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = -\frac{\nu R}{C_V} \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V}$

- Integration: $\int dx/x = \ln x + C \Rightarrow$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -\frac{\nu R}{C_V} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

- **Adiabatengleichung** für T und V :

$$T_2 V_2^{\nu R/C_V} = T_1 V_1^{\nu R/C_V}$$

- **Adiabatengleichung** für p und V mit $pV = \nu RT$

$$\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{\nu R T_2}{\nu R T_1}\right) = \ln\left(\frac{p_2 V_2}{p_1 V_1}\right) = -\frac{\nu R}{C_V} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

$$\Rightarrow \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = -\left(\frac{\nu R}{C_V} + 1\right) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\frac{C_p}{C_V} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\gamma \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$$

- **adiabatische Zustandsgleichung:** $p_2 V_2^\gamma = p_1 V_1^\gamma$ (γ : **Adiabatenkoeffizient**)

Mehratomige Gase

- **einatomige Gase:** $U = \frac{3}{2} \nu RT$
- einzige Energieform: **translatorische Energie** $E_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \vec{v}^2$
⇒ **3 Freiheitsgrade** v_x , v_y und v_z

Mehratomige Gase

- **einatomige Gase:** $U = \frac{3}{2} \nu RT$
- einzige Energieform: **translatorische Energie** $E_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \vec{v}^2$
⇒ **3 Freiheitsgrade** v_x , v_y und v_z
- **zweiatomige Gase:** **5** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 2 Rotationsfreiheitsgrade des einen Atoms um das andere (auf Kugelschale)
- **Annahme:** Moleküle = „starre Körper“
- vernachlässige „Schwingungsfreiheitsgrade“
- ohne Beweis: dann $U = \frac{5}{2} \nu RT$

Mehratomige Gase

- **einatomige Gase:** $U = \frac{3}{2} \nu RT$
- einzige Energieform: **translatorische Energie** $E_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \vec{v}^2$
⇒ **3 Freiheitsgrade** v_x , v_y und v_z
- **zweiatomige Gase:** **5** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 2 Rotationsfreiheitsgrade des einen Atoms um das andere (auf Kugelschale)
- **Annahme:** Moleküle = „starre Körper“
- vernachlässige „Schwingungsfreiheitsgrade“
- ohne Beweis: dann $U = \frac{5}{2} \nu RT$
- **drei- und mehratomige Gase:** **6** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 3 Rotationsfreiheitsgrade
- ohne Beweis: dann $U = \frac{6}{2} \nu RT$

Mehratomige Gase

- **einatomige Gase:** $U = \frac{3}{2} \nu RT$
- einzige Energieform: **translatorische Energie** $E_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \vec{v}^2$
⇒ **3 Freiheitsgrade** v_x , v_y und v_z
- **zweiatomige Gase:** **5** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 2 Rotationsfreiheitsgrade des einen Atoms um das andere (auf Kugelschale)
- **Annahme:** Moleküle = „starre Körper“
- vernachlässige „Schwingungsfreiheitsgrade“
- ohne Beweis: dann $U = \frac{5}{2} \nu RT$
- **drei- und mehratomige Gase:** **6** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 3 Rotationsfreiheitsgrade
- ohne Beweis: dann $U = \frac{6}{2} \nu RT$
- allgemein: jeder **Freiheitsgrad** in Energie eines Teilchens trägt $\frac{1}{2} \nu RT$ zur inneren Energie des Gases bei (**Gleichverteilungssatz**)

Mehratomige Gase

- **einatomige Gase:** $U = \frac{3}{2} \nu RT$
- einzige Energieform: **translatorische Energie** $E_{\text{trans}} = \frac{m}{2} \vec{v}^2$
⇒ **3 Freiheitsgrade** v_x , v_y und v_z
- **zweiatomige Gase:** **5** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 2 Rotationsfreiheitsgrade des einen Atoms um das andere (auf Kugelschale)
- **Annahme:** Moleküle = „starre Körper“
- vernachlässige „Schwingungsfreiheitsgrade“
- ohne Beweis: dann $U = \frac{5}{2} \nu RT$
- **drei- und mehratomige Gase:** **6** Freiheitsgrade: 3 Geschwindigkeitskomponenten + 3 Rotationsfreiheitsgrade
- ohne Beweis: dann $U = \frac{6}{2} \nu RT$
- allgemein: jeder **Freiheitsgrad** in Energie eines Teilchens trägt $\frac{1}{2} \nu RT$ zur inneren Energie des Gases bei (**Gleichverteilungssatz**)
- **ideales Gas:** $U = \frac{f}{2} \nu RT$ mit $f \in \{3, 5, 6\}$ für **1-, 2- bzw. ≥3-atomige** Moleküle
- $C_V = \frac{f}{2} \nu R$, $C_P - C_V = \nu R \Rightarrow \gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{f+2}{f} \in \{5/3, 7/5, 8/6\} = \{1,667; 1,4; 1,333\}$

Mehratomige Gase

- $C_p/C_V = (f + 2)/f \in \{5/3, 7/5, 8/6\} = \{1,667; 1,4; 1,333\}$
- molare Wärmen $C_V^{(\text{mol})} = \frac{C_V}{\nu}$, $C_p^{(\text{mol})} = \frac{C_p}{\nu}$
- $C_p^{(\text{mol})} - C_V^{(\text{mol})} = R = 8,314462618 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$

Tab. 16.6 Molare Wärmekapazitäten von Gasen (bei Zimmertemperatur)

Gas	$C_p^{(\text{mol})}$ in J/(mol·K)	$C_V^{(\text{mol})}$ in J/(mol·K)	C_p/C_V	$\frac{C_p^{(\text{mol})}}{C_V^{(\text{mol})}}$ in J/(mol·K)
Helium	20.95	12.62	1.66	8.33
Neon	20.62	12.57	1.64	8.04
Argon	20.91	12.60	1.66	8.31
Krypton	20.70	12.32	1.68	8.38
Xenon	20.89	12.58	1.66	8.31
Quecksilberdampf	21.00	12.57	1.67	8.43
O ₂	29.21	20.86	1.40	8.35
N ₂	28.62	20.44	1.40	8.18
H ₂	28.70	20.35	1.41	8.35
HCl	29.62	21.01	1.41	8.61
CO	29.32	20.94	1.40	8.38
CO ₂	37.22	28.41	1.31	8.81
N ₂ O	36.85	28.57	1.29	8.28

Tabelle aus [\[LO08\]](#)

Zusammenfassung

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
↔ Eigenschaften „elementarer Konstituenten“

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
⇔ Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
≈ Anzahl von ^{12}C in istopenreinem Kohlenstoff

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
⇔ Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
 \simeq Anzahl von ^{12}C in isopenreinem Kohlenstoff
- **absolute Temperatur:** mittlere Energie eines Teilchens im idealen Gas
 $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$
- **Temperatureinheit K:** $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- k_B : Boltzmannkonstante; R : universelle Gaskonstante

Zusammenfassung

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
 \Leftrightarrow Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
 \simeq Anzahl von ^{12}C in istopenreinem Kohlenstoff
- **absolute Temperatur:** mittlere Energie eines Teilchens im idealen Gas
 $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$
- **Temperatureinheit K:** $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- k_B : Boltzmannkonstante; R : universelle Gaskonstante
- makroskopische Größe für Stoffmenge: verwende mol als Einheit $\nu = N/N_A$
- innere Energie eines idealen einatomigen Gases: $U = N \langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} \nu R T$

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
 \Leftrightarrow Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
 \simeq Anzahl von ^{12}C in istopenreinem Kohlenstoff
- **absolute Temperatur:** mittlere Energie eines Teilchens im idealen Gas
 $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$
- **Temperatureinheit K:** $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- k_B : Boltzmannkonstante; R : universelle Gaskonstante
- makroskopische Größe für Stoffmenge: verwende mol als Einheit $\nu = N/N_A$
- innere Energie eines idealen einatomigen Gases: $U = N \langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} \nu R T$
- **Zustandsgleichung des idealen Gases:** $pV = \nu R T$
- **Erster Hauptsatz (Energieerhaltung):** $dU = dQ - dW = dQ - p dV$

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
 \Leftrightarrow Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
 \simeq Anzahl von ^{12}C in isopenreinem Kohlenstoff
- **absolute Temperatur:** mittlere Energie eines Teilchens im idealen Gas
 $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$
- **Temperatureinheit K:** $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- k_B : Boltzmannkonstante; R : universelle Gaskonstante
- makroskopische Größe für Stoffmenge: verwende mol als Einheit $\nu = N/N_A$
- innere Energie eines idealen einatomigen Gases: $U = N \langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} \nu R T$
- **Zustandsgleichung des idealen Gases:** $pV = \nu R T$
- **Erster Hauptsatz (Energieerhaltung):** $dU = dQ - dW = dQ - p dV$
- **isochore Zustandsänderung:** $dV = 0 \Rightarrow C_V = dQ/dT = dU/dT = f \nu R/2$

Zusammenfassung

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
⇔ Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
 \simeq Anzahl von ^{12}C in isopenreinem Kohlenstoff
- **absolute Temperatur:** mittlere Energie eines Teilchens im idealen Gas
 $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$
- **Temperatureinheit K:** $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- k_B : Boltzmannkonstante; R : universelle Gaskonstante
- makroskopische Größe für Stoffmenge: verwende mol als Einheit $\nu = N/N_A$
- innere Energie eines idealen einatomigen Gases: $U = N \langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} \nu R T$
- **Zustandsgleichung des idealen Gases:** $pV = \nu R T$
- **Erster Hauptsatz (Energieerhaltung):** $dU = dQ - dW = dQ - p dV$
- **isochore Zustandsänderung:** $dV = 0 \Rightarrow C_V = dQ/dT = dU/dT = \frac{f}{2} \nu R$
- **isobare Zustandsänderung:** $dp = 0 \Rightarrow C_p = C_V + \nu R = C_V(f + 2)/f$

Zusammenfassung

- **Statistische Physik:** Verhalten makroskopischer Materie
⇔ Eigenschaften „elementarer Konstituenten“
- **Stoffmenge:** $1 \text{ mol} \hat{=} N_A = 6,022\,140\,76 \cdot 10^{23} / \text{mol}$
≈ Anzahl von ^{12}C in isopenreinem Kohlenstoff
- **absolute Temperatur:** mittlere Energie eines Teilchens im idealen Gas
 $\langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} k_B T$
- **Temperatureinheit K:** $k_B = 1,380\,649 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$; $R = N_A k_B = 8,314\,462\,618 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$
- k_B : Boltzmannkonstante; R : universelle Gaskonstante
- makroskopische Größe für Stoffmenge: verwende mol als Einheit $\nu = N/N_A$
- innere Energie eines idealen einatomigen Gases: $U = N \langle E_{\text{kin}} \rangle = \frac{f}{2} \nu R T$
- **Zustandsgleichung des idealen Gases:** $pV = \nu R T$
- **Erster Hauptsatz (Energieerhaltung):** $dU = dQ - dW = dQ - p dV$
- **isochore Zustandsänderung:** $dV = 0 \Rightarrow C_V = dQ/dT = dU/dT = f \nu R/2$
- **isobare Zustandsänderung:** $dp = 0 \Rightarrow C_p = C_V + \nu R = C_V(f + 2)/f$
- **adiabatische Zustandsänderung:** $dQ = 0$
 $\Rightarrow T_2 V_2^{\nu R/C_V} = T_1 V_1^{\nu R/C_V}$; $p_2 V_2^\gamma = p_1 V_1^\gamma$; $\gamma = C_p/C_V = (f + 2)/f$

- hier verwendet [TM19, Mes10]
- zum Vertiefen: [Rei81, BFK⁺18]

- [BFK⁺18] M. Bartelmann, et al., Theoretische Physik 4 – Thermodynamik und Statistische Physik, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg (2018).
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-56113-3>
- [LO08] K. Lüders, G. v. Oppen, Bergmann Schaefer Lehrbuch der Experimentalphysik Band 1, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 12 ed. (2008).
- [Mes10] D. Meschede, Gerthsen Physik, Springer Verlag, Heidelberg, Dordrecht, London, New York, 24 ed. (2010).
<https://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-12894-3>
- [Rei81] F. Reif, Statistische Physik, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden (1981).
- [TM19] P. A. Tipler, G. Mosca, Physik, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 8 ed. (2019).
<https://doi.org/10.1007/978-3-662-58281-7>