Prof. C. Greiner, Dr. H. van Hees **Sommersemester 2014**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 – Blatt 1 (28.04.-02.05.2014)

Präsenzübungen (zur Wiederholung)

Aufgabe 1 (Kategorie A)
Im folgenden sei $\vec{r} = x\vec{e}_1 + y\vec{e}_2 + z\vec{e}_3$, wobei die $\vec{e}_j$ ($j \in \{1,2,3\}$) eine kartesische Basis bilden.

(a) Berechnen Sie für das Skalarfeld
$$\Phi(\vec{r}) = xy + yz + zx$$
und das Vektorfeld
$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} x^2y \\ y^2z \\ z^2x \end{pmatrix}$$

(i) $\vec{\nabla}\Phi$,

(ii) $\vec{\nabla} \times \vec{A}$,

(iii) $\vec{\nabla} \times (\Phi\vec{A})$.

(b) Beweisen Sie die Beziehung
$$\vec{\nabla} \times (\Phi\vec{A}) = (\vec{\nabla}\Phi) \times \vec{A} + \Phi(\vec{\nabla} \times \vec{A})$$
für beliebige Skalar- und Vektorfelder Φ bzw. $\vec{A}$.

Aufgabe 2: Wegunabhängigkeit eines Wegintegrals (Kategorie B)
Begründen Sie, warum für das Vektorfeld
$$\vec{A}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} 2xy + z^3 \\ x^2 + 2y \\ 3xz^2 - 2 \end{pmatrix}$$
das Linienintegral zwischen zwei beliebigen Punkten nicht von dem dazwischen liegenden Weg abhängt sondern nur von Anfangs- und Endpunkt des Weges. Berechnen Sie dazu ein skalares Feld $\Phi(\vec{r})$, so daß $\vec{A}(r) = \vec{\nabla}\Phi(\vec{r})$ ist.
Wie lautet damit der Wert des Linienintegrals zwischen dem Ursprung und dem Punkt $\vec{R} = (X, Y, Z)^t$?

Aufgabe 3 (aus der Nachklausur) (Kategorie A)
Ein Wagen mit einer Masse m besitzt eine Anfangsgeschwindigkeit v_0 zum Zeitpunkt $t_0 = 0$. Auf den Wagen wirkt daraufhin eine konstante Bremskraft F_B welche ihn nach einer Strecke S und Zeit T auf die halbe Anfangsgeschwindigkeit $v_E = v_0/2$ bringt.

(a) Skizzieren Sie den qualitativen Verlauf der Geschwindigkeit $v(t)$ und der Wegstrecke $s(t)$.

(b) Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf und bestimmen Sie x(t) und v(t).

(c) Sei nun bei $t = T$ die zurückgelegte Strecke S und die Geschwindigkeit von v_0 bei $t = 0$ auf $v(T) = v_0/2$ verringert. Wie groß ist v_0 als Funktion der Strecke S?

(d) Finden Sie $v_0(S)$ wie in Aufgabenteil (c) unter Verwendung des Energieerhaltungssatzes.

Aufgabe 4: Resonanz-Frequenzen beim gedämpften Oszillator (Kategorie B)

Betrachten Sie die Bewegungsgleichung des gedämpften harmonischen mit einer harmonischen Kraft getriebenen Oszillators:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = A\cos(\omega t).$$

(a) Finden Sie die Lösung für den eingeschwungenen Zustand mit dem Ansatz

$$x(t) = C_1\cos(\omega t) + C_2\sin(\omega t).$$

(b) Bestimmen Sie die Amplituden für die Auslenkung x und die Geschwindigkeit $v = \dot{x}$.

(c) Bei welchen Kreisfrequenzen liegt das jeweilige Maximum dieser beiden Amplituden?