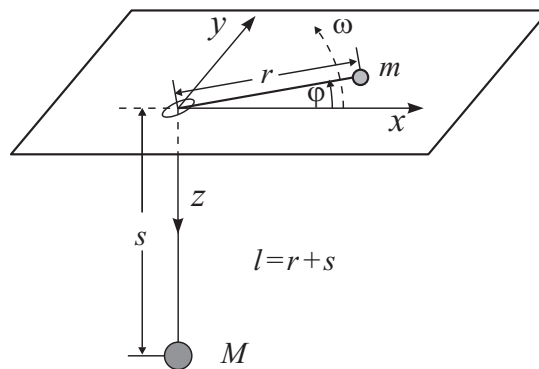


### Präsenzübungen

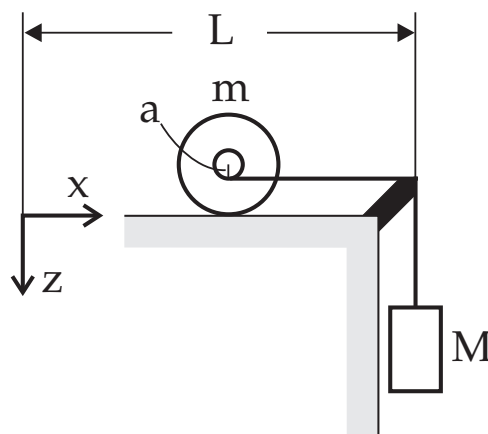
#### (P19) Zwei Massen an Faden

Zwei Massen  $m$  und  $M$  sind durch einen Faden mit der konstanten Gesamtlänge  $l = r + s$  verbunden (siehe Abbildung), wobei die Fadenmasse vernachlässigbar klein gegen  $m + M$  ist. Die Masse  $m$  kann an dem Faden (mit der variierenden Teillänge  $r$ ) auf der Ebene (ohne Reibung) rotieren. Der Faden führt von  $m$  durch ein Loch in der Ebene zu  $M$ , wobei die Masse  $M$  an dem straff gespannten Faden (mit der ebenfalls veränderlichen Teillänge  $s$ ) hängt. Die Masse  $M$  soll sich nur in Richtung der  $z$ -Achse bewegen können. Zeigen Sie, daß diese Anordnung je nach den Werten, die  $\omega$  bei der Rotation von  $m$  auf der Ebene annimmt, nach oben oder nach unten rutschen, oder im Gleichgewicht bleiben kann.



#### (P20) Yo-Yo auf Tisch

Ein Yo-Yo der Masse  $m$  liegt auf einer horizontalen Tischplatte (siehe Abbildung). Das Trägheitsmoment bezüglich des Schwerpunktes sei  $I$ . Die Reibung soll vernachlässigt werden. An einem Faden (dessen Masse vernachlässigbar ist), der am inneren Radius  $a$  angreift, wird mit einer anderen Masse  $M$  gezogen. Zur Zeit  $t = 0$  ruhen das Yo-Yo und die Masse  $M$ . Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht das Yo-Yo, wenn man die Masse  $M$  losläßt?

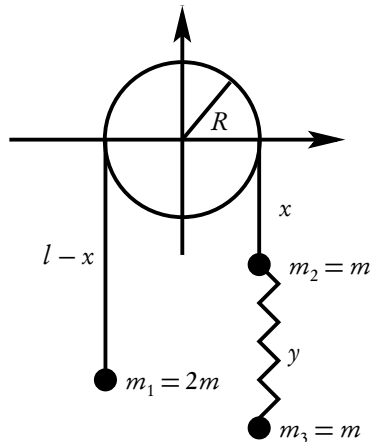


bitte wenden!

## Hausübungen (Abgabe am 12.07.2013)

### (H18) Seilrolle mit Feder

Ein Seil der Länge  $l + \pi R$  ist über eine Rolle vom Radius  $R$  geführt. An einem Ende hängt eine Masse  $m_1 = 2m$ . Am anderen Ende hängt eine Masse  $m_2 = m$ , und unter dieser, verbunden durch eine Feder der Federkonstante  $k$  eine weitere Masse  $m_3 = m$ . Die Massen von Rolle, Feder und Seil können vernachlässigt werden. Die Ruhelänge der Feder sei  $y_0$ .



- (2 Punkte) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion. Benutzen Sie dabei die in der Abbildung gezeigten generalisierten Koordinaten  $x$  und  $y$ .
- (1 Punkt) Welche generalisierte Koordinate ist zyklisch? Welche Erhaltungsgröße ist damit verbunden?
- (2 Punkte) Zur Zeit  $t = 0$  werde das System aus der Ruhe mit  $x = x_0$  und  $y = y_0$  losgelassen. Wie bewegen sich die drei Massen?

---

### (H19) Zwei durch eine Feder verbundene Massenpunkte (5 Punkte)

Zwei Teilchen der Massen  $m_1$  und  $m_2$  sind mittels einer Feder mit Federkonstanten  $k$  miteinander verbunden und befinden sich im Schwerfeld der Erde. Dabei sei  $d_0$  die Federlänge in der Ruhelage. Stellen Sie mit Hilfe der Lagrangefunktion die Bewegungsgleichungen für die beiden Massen auf.

Wählen Sie dazu als generalisierte Koordinaten Schwerpunkts- und Relativkoordinaten. Welche Koordinaten sind zyklisch? Welcher allgemeine Erhaltungssatz ist damit verbunden?

Führen Sie Kugelkoordinaten für die Relativkoordinaten ein. Welche weitere zyklische Variable ergibt sich und welcher Erhaltungssatz ist damit verbunden?

**Hinweis:** Die Bewegungsgleichungen müssen *nicht* gelöst werden!