Prof. C. Greiner, Dr. H. van Hees **Sommersemester 2013**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 – Blatt 3 (06.05.-10.05.2013)

Präsenzübungen

(P4) Gekoppelte Pendel und Schwebung

Zwei Pendel von gleicher Masse und Länge sind über eine Spiralfeder miteinander gekoppelt. Sie sollen in einer Ebene schwingen. Die Kopplung soll schwach sein (d.h. die beiden Eigenfrequenzen des Systems sind nicht sehr verschieden).

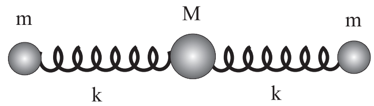
(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen für die beiden Pendel auf und versuchen Sie, die Differentialgleichungen zu entkoppeln.

(b) Wie sehen die Eigenschwingungen des gekoppelten Pendelsystems aus? Was sind die jeweiligen Eigenfrequenzen?

(c) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen mit den Anfangsbedingungen: $x_1(t=0)=0$, $x_2(t=0)=A$, $\dot{x}_1(t=0)=\dot{x}_2(t=0)=0$, wobei x_1 und x_2 Ablenkungen des jeweiligen Pendels aus der Ruhelage.

(P5) Eigenmoden eines dreiatomigen Moleküls

Diskutieren Sie die Eigenschwingungen eines dreiatomigen Moleküls. Im Gleichgewichtszustand des Moleküls haben die beiden Atome der Masse m den gleichen Abstand zum Atom der Masse M. Der Einfachheit halber betrachte man nur Schwingungen längs der Molekülachse, die die drei Atome verbindet, wobei das wirklich komplizierte zwischenatomare Potential durch zwei Federn (Federkonstante k) angenähert wird.



(a) Stellen Sie die Bewegungsgleichungen auf.

(b) Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und diskutieren Sie die Eigenschwingungen des Systems.

(bitte wenden)!

Hausübungen (Abgabe am 17.05.2013)

(H4) Zwei Teilchen an gespanntem Faden (5 Punkte)

Zwei Teilchen mit den Massen m_1 und m_2 seien bei gleichem Abstand L an einem Faden befestigt, der zwischen zwei Punkten (Abstand $3L$) fest eingespannt ist. Wir betrachten kleine transversale Auslenkungen der Massenpunkte.

(a) Stellen Sie die gekoppelten Bewegungsgleichungen für die beiden Massen unter der Annahme kleiner Auslenkungen aus der Ruhelage auf, wobei angenommen werden darf, daß die Fadenspannung konstant bleibt.

(b) Betrachten Sie zunächst den Spezialfall $m_1 = m_2 = m$ und finden Sie die Eigenfrequenzen und Eigenmoden des Systems. Interpretieren sie die Bewegungsformen der Eigenmoden physikalisch.

(c) Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für allgemeine $m_1 \neq m_2$. Betrachten Sie insbesondere auch den Fall $m_1 \gg m_2$ und $m_1 \to \infty$, $m_2 = \text{const}$.

(d) Wie lautet die allgemeine Lösung der gekoppelten Bewegungsgleichungen?

(H5) Fourier-Reihen (5 Punkte)

Die *Fourier-Koeffizienten* einer im Intervall $[-l, l]$ definierten Funktion $f(x)$, die außerhalb des Intervalls die Periode $2l$ besitzt, sind durch

$$a_j = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} \mathrm{d}x f(x)\cos(k_j x) \quad \text{mit} \quad j \in \mathbb{N}_0 := \{0, 1, 2, \ldots\},$$
$$b_j = \frac{1}{l}\int_{-l}^{l} \mathrm{d}x f(x)\sin(k_j x) \quad \text{mit} \quad j \in \mathbb{N} := \{1, 2, 3, \ldots\}$$

gegeben. Dabei ist$k_j = \frac{\pi}{l} j$. Die n-te Teilsumme s_n der *Fourier-Reihe* von f ist durch

$$s_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{n} a_j \cos(k_j x) + b_j \sin(k_j x)$$

definiert. Unter bestimmten in der Physik normalerweise erfüllten Voraussetzungen gilt

$$\lim_{n\to\infty} s_n(x) = f(x).$$

Gegeben seien nun im Intervall $[-l, l]$ die folgenden Funktionen der Periode $2l$:

(a)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad -a < x < a, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(b)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für} \quad x < 0, \\ \frac{x}{l} & \text{für} \quad x \geq 0. \end{cases}$$

Bestimmen Sie die Fourierkoeffizienten dieser Funktionen. Stellen Sie $s_n(x)$ bis mindestens $n = 3$ graphisch dar. Nehmen Sie die Werte $l = 1{,}0$ und $a = 0{,}5$ an.