

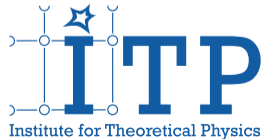
# Einführung in die theoretische Kern- und Teilchenphysik 2

## Vorlesung 10: Die schwache Wechselwirkung und QFD

Hendrik van Hees

Goethe-Universität Frankfurt

25. Juni 2026



# Outline

Phänomenologie der schwachen Wechselwirkung

Quanten-Flavor-Dynamik

References

# Phänomenologie der schwachen Wechselwirkung

Literatur: [Nac86, Sch14, T<sup>+</sup>26, AL73, Tay76]

# Historie I: 1896-1934

- 1896 Becquerel: Entdeckung **radioaktiver Strahlung**
- 1899 Rutherford: Unterschied zwischen  $\alpha$ - und  $\beta$ -Strahlen
- 1911 Rutherford: Entdeckung der **Atomkerne**
- 1913 Bohr: Kern als Ursprung der  $\beta$ -Strahlung
- 1914 Chadwick: **Kontinuierliches Spektrum** der  $\beta$ -Strahlen
- 1927 Ellis und Wooster: Energieverteilung von  $\beta$ -Zerfall kontinuierlich, obwohl Mutter- und Tochterkern **wohldefinierte Energiedifferenz** besitzen
- 1930 Pauli: Postulat eines neuen neutralen Teilchens „Neutron“ → **Neutrino**
- 1932 Chadwick: Entdeckung des („richtigen“) **Neutrons**
- 1934 Fermi: 1. **QFT des  $\beta$ -Zerfalls**

# Fermi-Theorie des $\beta$ -Zerfalls

- ▶ Analog zur QED: Wechselwirkung eines Vektorstromes mit einem Vektorfeld  
 $\mathcal{L} \propto \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu$
- ▶ Idee:  $\beta$ -Zerfall des Neutrons  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$   
Strom aus Proton und Neutron vom Typ  $\bar{p} \gamma^\mu n$   
koppelt an "zusammengesetztes Vektorboson"  $\bar{e} \gamma_\mu \nu$ :

$$\mathcal{L} = -G_F (\bar{p} \gamma^\mu n) (\bar{e} \gamma_\mu \nu) + \text{h.c.}$$

- ▶ Zerfall durch Strom-Strom-Kontaktkopplung statt Austausch eines virtuellen Vektorbosons (wie Photon in der QED)
  - ▶  $G_F \simeq 0,3 \cdot 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$  (heutiger Wert  $G_F = 1.1663785(6) \cdot 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$  [1+26])
- 1936 Gamow: brauche mehr Arten von Strom-Strom-Kopplungen, um alle entdeckten  $\beta$ -Zerfälle zu beschreiben
- ▶ allgemeinsten Ansatz

$$\mathcal{L} = \sum_j \left[ g_j (\bar{p} \hat{M}_j n) (\bar{e} \hat{M}'_j \nu) + g'_j (\bar{p} \hat{M}_j n) (\bar{e} \hat{M}'_j \gamma_5 \nu) \right]$$

# Fermi-Theorie des $\beta$ -Zerfalls

- ▶ Mögliche Kombinationen

$$\hat{M}_j \otimes \hat{M}'_j = \mathbb{1} \otimes \mathbb{1}, \quad \gamma^\mu \otimes \gamma_\mu, \quad \sigma^{\mu\nu} \otimes \sigma_{\mu\nu}, \quad \gamma^\mu \gamma_5 \otimes \gamma^\mu \gamma_5, \quad \gamma_5 \otimes \gamma_5$$

mit  $\sigma_{\mu\nu} = i/2[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ ,  $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  (folge Konventionen in [\[PS95\]](#))

- ▶ **Diskrete Symmetrien:**

Symmetrie unter **Raumspiegelungen**  $\hat{P}$  (Paritätserhaltung wie in em. und starker WW):

$$g'_j = 0$$

Symmetrie unter **Zeitumkehr**  $\hat{T}$  (wie in em. und starker WW):  $g_j \in \mathbb{R}$

- ▶ lange wurde an Erhaltung der Parität geglaubt
- ▶ einige Zeit „empirische Vewirrung“ über Natur der Kopplungen (Annahme von Tensorkopplungen zeitweise favorisiert)

# V – A-Kopplung und Paritätsverletzung

- ▶  $\vartheta$ - $\tau$ -Puzzle (heute  $K^+$ -Meson): exakt gleiche Masse, exakt gleiche Lebensdauer aber Zerfall sowohl in 2 als auch 3 Pionen  
 $\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$ ,  $\vartheta^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$
- ▶ nur deshalb zwei unterschiedliche Teilchen, weil  $\tau$  negative,  $\vartheta$  positive Parität haben muss, wenn man annimmt, dass **Parität erhalten** ist
- ▶ **Lee und Yang: schwache Wechselwirkung verletzt Paritätserhaltung!** [LY56, LY57]
- ▶ **Wu und Garwin: experimentelle Bestätigung** [WAH<sup>+</sup>57, GLW57]
- ▶ moderne Version auf Quark-Level (und Leptonen): **reine V – A-Kopplung** („maximale P-Verletzung“)
- ▶ geladene schwache Ströme: **Flavor-Mixing der Quarks**
- ▶ historisch mit 3 quarks u, d, s: **schwache Ströme  $\neq$  Masseneigenzustände**

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \vartheta_C & \sin \vartheta_C \\ -\sin \vartheta_C & \cos \vartheta_C \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$\vartheta_C$ : **Cabibbo-Mischungswinkel** [Cab63]

## V – A-Kopplung und Paritätsverletzung

- ▶ **unitäre Mischungsmatrix** (bei nur 2 Familien sogar rein reell, also SO(2), s.u.)
- ▶ dann schwache Kopplung **universell**

$$\mathcal{L} = -\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} \bar{u} \gamma^\lambda (1 - \gamma_5) \underbrace{(\cos \vartheta_C d + \sin \vartheta_C s)}_{d'} (\bar{e} \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \nu_\mu) + \text{h.c.}$$

- ▶ dann  $\beta$ -Zerfalls- und  $\mu$ -Zerfallskonstante  $G_\beta / G_\mu = \cos \vartheta_C = 0,98$ ,  $\sin \vartheta_C \simeq 0,21$
- ▶ passt auch gut zu K-Meson- und Hyperon-Zerfällen

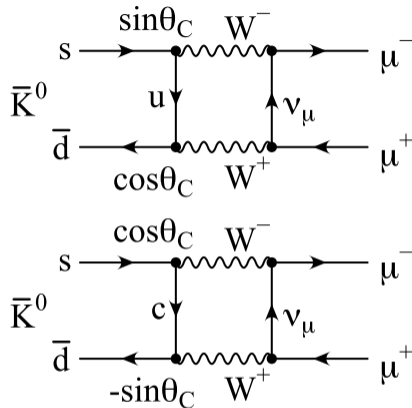
# Neutrale schwache Ströme

- ▶ 1973 Entdeckung der neutralen schwachen Ströme (Gargamelle-Blasenkammer-Experiment am CERN)
- ▶ rein leptonisch  $e^- + \bar{\mu}_\mu \rightarrow e^- + \bar{\mu}_\mu$
- ▶ mit Quarks:  $\nu_\mu + u \rightarrow \nu_\mu + u$  etc.
- ▶ (fast) keine flavor-änderten neutralen Ströme
- ▶ mit bisheriger Theorie via Loop-Diagrammen  $K^0 \rightarrow \mu^+ + \mu^-$  ziemlich groß
- ▶ Ausweg: **GIM-Mechanismus**; Glashow, Iliopoulos, Maiani [GIM70]
- ▶ 4. “up-artiges” Quark: **Charm**

$$\mathcal{L} = -\frac{G_\mu}{\sqrt{2}} \bar{c} \gamma^\lambda (1 - \gamma_5) \underbrace{(-\sin \vartheta_C d + \cos \vartheta_C s)}_{s'} (\bar{e} \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\lambda (1 - \gamma_5) \nu_\mu) + \text{h.c.}$$

- ▶ Zerfallsdiagramme: unterschiedliche Vorzeichen
- ▶ im modernen GSW-Modell (s.u.) neutrale flavorändernde Prozesse

# Neutrale schwache Ströme



[Von Blibla - Eigenes Werk, CC0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=50058727>]

- Fermi-Theorie (modifiziert um  $(V - A)$ -Wechselwirkung): für Niederenergieprozesse **W-Boson-Propagator**  $\simeq 1/m_W^2$  ( $m_W \simeq 80 \text{ GeV}$ )

# W- und Z-Bosonen (Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung)

- ▶ Motivation für Einführung von Vektorbosonen in Analogie zur QED
  - ▶ 1935 Yukawa: schwache Wechselwirkung über Austausch **massiver Vektorbosonen (W-Bosonen)**  
macht Wechselwirkung kurzreichweitig  
Fermi-Theorie mit direkter Strom-Strom-Kopplung im Niederenergiebereich (s.o.) [Yuk35]
  - ▶ 1938 Klein: selbstwechselwirkende Vektorbosonen (Vorläufer von Yang-Mills!) [Kle38]
  - ▶ moderne Version: **Glashow 1961** [Gla61], **Weinberg 1967** [Wei67], **Salam 1968** [Sal68]
  - ▶ **Einbau der Quarks**: Glashow, Iliopoulos, Maiani (1970) [GIM70]; Weinberg (1972) [Wei72]
  - ▶ Renormierbarkeit mit Vektorbosonen  $\Leftrightarrow$  Eichtheorie
  - ▶ Naive Einführung einer Masse für Eichbosonen zerstört Eichinvarianz
  - ▶ 1962 Anderson: Photon in Supraleitern massiv durch „spontane Brechung der Eichsymmetrie“ wegen Cooper-Paar-Kondensat (formal  $U(1)_{\text{em}} \rightarrow \mathbb{Z}_2$ )
  - ▶ **1964 Higgs, Brout, Englert**: Brechung nichtabelscher Theorien durch eichinvariante Kopplung an Skalarfelder  
spontane Brechung der Eichsymmetrie liefert Masse für Eichbosonen  
„Would-be-Goldstonebosonen liefern 3. Polarisationsfreiheitsgrad für massive Vektorbosonen (masselose wie Photon haben nur 2 Helizitätspolarisationsfreiheitsgrade)

# W- und Z-Bosonen (Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung)

- ▶ 1964 auch Guralnik, Hagen und Kibble finden „Massenerzeugung“ via „spontane Brechung der Eichsymmetrie“  
zeigen am vollständigsten den Mechanismus, dass die „Would-be-Goldstone-Bosonen“ nicht als masselose Teilchen in Erscheinung treten  
sagen aber nicht wie BEH das (massive) Higgs-Boson voraus, das als physikalisches Skalarboson „übrig bleibt“
- ▶ NB: lokale Eichsymmetrien können nicht im gleichen Sinn wie globale Symmetrien spontan gebrochen sein (Elitzur 1975)
- ▶ wird mathematisch korrekt umgangen durch „Eichfixierung“/Faddeev-Popov-Pfadintegralquantisierung, wodurch die Theorie formal nicht mehr eichinvariant ist (Fröhlich, Morchio, Strocchi 1975)
- ▶ physikalisch beobachtbare Größen wie S-Matrixelemente, also Streuquerschnitte, Zerfallsraten etc. eichinvariant (auch unabhängig davon, welche Eichfixierung man wählt)
- ▶ globale Transformationen transformieren zwischen physikalisch unterschiedlichen Zuständen: bei spontaner Brechung Grundzustand „kontinuierlich-fach“ entartet  $\Rightarrow$  masselose Goldstone-Moden/Teilchen

## W- und Z-Bosonen (Vektorbosonen der schwachen Wechselwirkung)

- ▶ lokale Eichtrafos ändern nur die Beschreibung des *gleichen* physikalischen Zustandes  
⇒ falls Grundzustand nicht symmetrisch ⇒ Eichtrafos führen nicht auf neuen Grundzustand ⇒ keine masselosen Goldstonemoden aber massive Eichbosonen (s.o.)
- ▶ 1971 Beweis der **Renormierbarkeit nichtabelscher Eichtheorien** (egal ob mit oder ohne Higgs-Mechanismus) **'t Hoofts Dissertation unter Betreuung von Veltman**
- ▶ 1972 Beweis, dass chirale Eichinvarianz Dank des Ladungsinhalts der GSW-Theorie (Quanten-Flavor-Dynamik, QFD) *nicht* anomal gebrochen ist durch **Bouchiat, Iliopoulos, Meyer** und (unabhängig) durch **Gross, Jackiw**

# Quanten-Flavor-Dynamik (Glashow-Salam-Weinberg-Modell)

Literatur: [Gla61, SW64, Wei67, Hig64, Hig66]

# Quanten-Flavor-Dynamik: QFD

- ▶ „Vereinigung“ von **schwacher und elektromagnetischer Wechselwirkung**
- ▶ **lokale chirale Eichtheorie** mit Eichgruppe  $SU(2)_{\text{wiso}} \times U(1)_{\text{whyper}}$
- ▶ linkshändige Fermionen:  $SU(2)_{\text{wiso}}$ -Dubletts
- ▶ rechtshändige Fermionen:  $SU(2)_{\text{wiso}}$  Singulets
- ▶ **„spontan gebrochen“** zu  $U(1)_{\text{em}}$
- ▶  $SU(2)_{\text{wiso}}$  Skalarbosonen-Dublett (4 reelle Felder)
- ▶ Higgs-Mechanismus: **lokale** Symmetrie  $\Rightarrow$  Would-be-Goldstone-Bosonen werden von Eichbosonen „absorbiert“:
  - 3. Spinzustände für massive vs. 2 Polarisationszustände für masselose Vektorbosonen**
- ▶ Eichbosonen erhalten **ohne Eichinvarianz zu verletzen**
- ▶ 4-dim Eichgruppe  $SU(2)_{\text{wiso}} \otimes U(1)_{\text{whyper}}$  „gehiggst“ zu  $U(1)_{\text{em}}$
- ▶ 3 Would-be-Goldstone-Bosonen
- ▶ **3 massive Eichbosonen  $W^\pm$  und  $Z^0$**
- ▶ 1 masseloses **Eichboson  $\gamma$**
- ▶ 1 massives Skalarboson als physikalisches Teilchen übrig  $\Rightarrow$  **Higgs-Boson**
- ▶ 3 Flavor-Familien  $\Psi_i = (\nu_i, \ell_i^-, u_i, d_i')$
- ▶ **Flavor-Eigenzustände  $\neq$  Masseneigenzustände**
- ▶ **Cabibbo-Kobayashi-Maskawa-Quarkmischungsmatrix:  $d'_i = \sum_j V_{ij} d_j$  ( $\hat{V}$  unitary)**

# Quantenzahlen der Leptonen und Quarks

- ▶  $\vec{t}$ :  $su(2)_{\text{wiso}}$   
 $t \in \{0, 1/2, 1, \dots\}$  Isospindarstellungen Eigenwerte  $\vec{t}^2$ :  $t(t+1)$   
 Eigenwerte für  $t_3$ :  $\{-t, -t+1, \dots, t-1, t\}$
- ▶  $Y$ : schwache Hyperladung,  $Q = Y + t_3$  elektrische Ladung

Particles			$t$	$t^3$	$Y$	$Q$
(Higgs)	$\phi$		1/2	-1/2	1/2	0
$\nu_{eL}$	$\nu_{\mu L}$	$\nu_{\tau L}$	1/2	1/2	-1/2	0
$e_L$	$\mu_L$	$\tau_L$	1/2	-1/2	-1/2	-1
$e_R$	$\mu_R$	$\tau_R$	0	0	-1	-1
$u_L$	$c_L$	$t_L$	1/2	1/2	1/6	2/3
$d'_L$	$s'_L$	$b'_L$	1/2	-1/2	1/6	-1/3
$u_R$	$c_R$	$t_R$	0	0	2/3	2/3
$d_R$	$s_R$	$b_R$	0	0	-1/3	-1/3

- ▶ Lagrangian muss unter **lokaler**  $SU(2)_{\text{wiso}} \times U(1)_{\text{hyper}}$ -Transformationen invariant sein
- ▶ Eichtransformationen **chiral**  
 $\Rightarrow$  keine „direkten Massenterme“ für Quarks, Leptonen und Eichbosonen erlaubt
- ▶ alle Massen müssen durch Ankopplung ans Higgs-Feld „generiert“ werden

# Eich-Higgs-Sektor

- ▶ Eichbosonen **wirken im isospin-Ladungsraum**

- ▶  $D_\mu = \partial_\mu + ig W_\mu^a \hat{t}_a + ig' B_\mu \hat{Y}$

- ▶  $W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\epsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c$

- ▶  $B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W_{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \mathcal{L}_{\text{Yuk}} + (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi)$$

$$V(\phi) = -\mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

- ▶  $\mu^2 < 0 \Rightarrow$  Sombbrero-Potential  $\Rightarrow \langle \phi \rangle = h_0 / \sqrt{2} \in \mathbb{R}$
- ▶ **lokale Symmetrie:** kann Phase „wegeichen“

$$\phi(x) = \exp[-ig \vec{\alpha}(x) \cdot \hat{t}] \begin{pmatrix} [h_0 + h(x)] / \sqrt{2} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad h \in \mathbb{R}$$

- ▶ in dieser **unitären Eichfixierung:** alle Goldstone-Moden in nun **massive Eichbosonen** absorbiert  
 $\Rightarrow$  3 massive, 1 masseloses Eichboson
- ▶ 1 **skalares Higgs-Boson**

# Eich-Higgs-Sektor

- ▶ Nach „Symmetriebrechung“: diagonalisiere Anteil quadratisch in  $W_\mu^a$  und  $B_\mu \Rightarrow$   
**Masseneigenzustände der Eichbosonen**

$$W^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1 \mp iW^2), \quad \begin{pmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z \\ A^\mu \end{pmatrix}$$

- ▶ Weinberg-Winkel:  $\cos \theta_W = g/G$ ,  $\sin \theta_W = g'/G$ ,  $G = \sqrt{g^2 + g'^2}$
- ▶ kein Massenterm für  $A^\mu$  (Photonfeld!)
- ▶ Eich- und Higgs-Boson-Lagrangian

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{gauge+Higgs}} = & \frac{1}{2}(\partial_\mu h)(\partial^\mu h) - \frac{G^2}{8}(h_0 + h)^2 \left[ (W_\mu^1 W^{1\mu} + W_\mu^2 W^{2\mu}) \cos^2 \theta_w + Z_\mu Z^\mu \right] \\ & - \frac{m_h^2}{2} h^2 \left( 1 + \frac{m_h^2}{h_0} h + \frac{m_h^2}{4h_0^2} h^2 \right) \\ & - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \end{aligned}$$

- ▶ Bisherige Parameter:

$$G, \quad \theta_W, \quad h_0 \Rightarrow m_h^2 = 2\mu^2/\lambda, \quad m_W^2 = \frac{G^2}{4} h_0^2 \cos^2 \theta_W, \quad m_Z^2 = \frac{G^2}{4} h_0^2$$

# Leptonen und Quarks

- ▶ kinetischer Term  $\rightarrow$  „minimale Kopplung“ (**keine expliziten Massenterme!**)  $\Rightarrow$  eichinvariant

$$\mathcal{L}_{\text{matter-gauge bosons}} = \bar{\Psi} \not{D} \Psi$$

- ▶ covariant derivatives **different for left- and right-handed part**

$$D_{L\mu} \Psi_{i,L} = (\partial_\mu + ig \vec{W}_\mu \cdot \hat{T}_L + ig' B_\mu \hat{Y}_L) \Psi_{i,L},$$

$$D_{R\mu} \Psi_{i,R} = (\partial_\mu + ig' B_\mu \hat{Y}_R) \Psi_{i,R}, \quad \hat{T}_R \equiv 0$$

- ▶ Yukawa-Kopplungen (nehme masselose Neutrinos an!)

$$\mathcal{L}_{\text{leptons}}^{\text{Yuk}} = -\bar{\Psi}_{i,R}^{\text{lept}} \hat{C}_{\text{lept}} \phi^\dagger \Psi_{i,L}^{\text{lept}} + \text{h.c.}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk}}^{\text{quarks(1)}} = -\bar{\Psi}_{i,R}^D \hat{C}_{\text{quarks}} \phi^\dagger \Psi_{i,L}^{UD} + \text{h.c.}$$

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk}}^{\text{quarks(2)}} = -\bar{\Psi}_{i,R}^U \hat{C}'_{\text{quarks}} \phi^T \hat{\epsilon} \Psi_{i,L}^{UD} + \text{h.c.}, \quad \hat{\epsilon} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

# Leptonen und Quarks

- ▶ kann Basis der Fermionenfelder gleicher Quantenzahlen mit beliebigen unitären Trafos umtransformieren

- ▶ linkshändige Leptonen (Trafo  $\hat{U}_1$ )
- ▶ linkshändige Quarks (Trafo  $\hat{V}_2$ )
- ▶ rechtshändige „Down-Quarks“ (Trafo  $\hat{U}_2$ )
- ▶ rechtshändige „Up-Quarks“ (Trafo  $\hat{U}_3$ )

$$\hat{C}_{\text{lept}} \rightarrow \hat{U}_1^\dagger \hat{C}_{\text{lept}} \hat{V}_1, \quad \hat{C}'_{\text{quarks}} \rightarrow \hat{U}_2^\dagger \hat{C}'_{\text{quarks}} \hat{V}_2, \quad \hat{C}_{\text{quarks}} \rightarrow \hat{U}_3^\dagger \hat{C}_{\text{quarks}} \hat{V}_2,$$

$$\hat{U}_j, \hat{V}_k \in \text{U}(3)$$

- ▶ Standardwahl

$$\begin{aligned} \hat{C}_{\text{lept}} &= \text{diag}(c_e, c_\mu, c_\tau) \quad \text{with} \quad c_e, c_\mu, c_\tau \in \mathbb{R}_{>0}, \\ \hat{C}'_{\text{quarks}} &= \text{diag}(c_u, c_c, c_t) \quad \text{with} \quad c_u, c_c, c_t \in \mathbb{R}_{>0}, \\ \hat{C}_{\text{quarks}} &= \hat{V} \text{diag}(c_d, c_s, c_b) \hat{V}^\dagger \quad \text{with} \quad c_d, c_s, c_b \in \mathbb{R}_{>0}, \quad \hat{V} \in \text{U}(3) \end{aligned}$$

- ▶  $\hat{V}$ : **Cabibbo-Kobayashi-Maskawa matrix** (3 Mischungswinkel + 1 CP-verletzende phase)

# Leptonen und Quarks

- ▶ Fermionen-Eichbosonen-Lagrangian in **physikalischen Feldern**

$$\mathcal{L}_{\text{matter-gauge bosons}} = \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi - e \left\{ A_\mu J_{\text{em}}^\mu + \frac{1}{\sin \theta_W \cos \theta_W} Z_\mu J_{\text{NC}}^\mu + \frac{1}{\sqrt{2} \sin \theta_W} (W_\mu^+ J_{\text{CC}}^\mu + W_\mu^- J_{\text{CC}}^\dagger) \right\}$$

- ▶ durch ans **em. Feld**  $A_\mu$  ankoppelnden Strom: **Elementarladung:**

$$e = g g' / G = G \sin \theta_W \cos \theta_W \Rightarrow g' = G \sin \theta_W = e / \cos \theta_W$$

- ▶ mit Strömen

$$J_{\text{em}}^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu (\hat{T}_3 + \hat{Y}) \Psi,$$

$$J_{\text{NC}}^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu [\hat{T}_3 - \sin^2 \theta_W (\hat{T}_3 + \hat{Y})] \Psi,$$

$$J_{\text{CC}}^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu (\hat{T}_1 + i \hat{T}_2) \Psi,$$

- ▶ NB: elektromagnetischer und neutraler schwacher Strom: **keine Flavor-Mischung**  
⇒ auf „Tree-Level“ keine flavor-ändernden neutralen Ströme

# Leptonen und Quarks

## ► Felder für Teilchen definiter Masse

- massive (geladene Leptonen und Quarks:  $\psi_j$ ,  $\psi_{j,L} = (1 - \gamma_5)\psi_j/2$ ,  $\psi_{j,R} = (1 + \gamma_5)\psi_j/2$  ( $j \in \{e, \mu, \tau, u, d, c, s, t, b\}$ )
- Quarks: Massen- (Felder ( $u, d, c, s, t, b$ )) vs. Flavor-Eigenzuständen ( $(d', s', b')$ )
- NB: konventionelle Wahl der „Quark-Basis“: up-artige Quarks mischen nicht
- $\psi'_{l'} = V_{l'l}\psi_l$  für  $l', l \in \{d, s, b\}$ ,  $\hat{V} \in U(3)$ : **CKM-Quarkmischungsmatrix**
- Neutrinos (hier als masselos behandelt): nur linkshändige Felder (Weyl-Spinoren)  $\nu_{k,L}$  ( $k \in \{e, \mu, \tau\}$ )

## ► Yukawa-Terme

$$\mathcal{L}_{\text{Yuk}} = -(\bar{\psi}_e, \bar{\psi}_\mu, \bar{\psi}_\tau) \text{diag}(m_e, m_\mu, m_\tau)(\psi_e, \psi_\mu, \psi_\tau) - \bar{\psi}_q \text{diag}(m_u, m_d, \dots, m_b)\psi_q$$

## ► Massen: $m_j = c_j h_0 / \sqrt{2}$

- NB: größter Teil der Masse der uns umgebenden Materie **nicht vom Higgs-Mechanismus**
- Massen der Quarks im Lagrangian (**Stromquarkmassen**):  $m_u \simeq (2,16 \pm 0,04) \text{ MeV}$ ,  
 $m_d \simeq (4,7 \pm 0,04) \text{ MeV}$  [T<sup>+</sup>26]
- Proton uud-Zustand mit Masse  $m_p \simeq 938 \text{ MeV}$
- größter Teil der Protonenmasse **dynamisch via Starke Wechselwirkung (QCD) generiert!**

# Leptonen und Quarks

- schwache Ströme in Masseneigenzuständen ausgedrückt ( $\psi_{R/L} = (1 \pm \gamma_5)/2$ )

$$J_{CC}^{\mu} = (\bar{\nu}_{e,L}, \bar{\nu}_{\tau,L}, \bar{\nu}_{\tau,L}) \gamma^{\mu} \begin{pmatrix} \psi_{e,L} \\ \psi_{\nu,L} \\ \psi_{\tau,L} \end{pmatrix} + (\bar{\psi}_{u,L}, \bar{\psi}_{c,L}, \bar{\psi}_{t,L}) \gamma^{\mu} \underbrace{\hat{V} \begin{pmatrix} \psi_{d,L} \\ \psi_{s,L} \\ \psi_{b,L} \end{pmatrix}}_{(d',s',b')^T}$$

$$J_{NC}^{\mu} = (\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_{\tau}, \bar{\nu}_{\tau}) \gamma^{\mu} \frac{1}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_{\mu} \\ \nu_{\tau} \end{pmatrix}$$

$$+ (\bar{\psi}_e, \bar{\psi}_{\nu}, \bar{\psi}_{\tau}) \gamma^{\mu} \left( -\frac{1}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_{\mu} \\ \psi_{\tau} \end{pmatrix}$$

$$+ (\bar{\psi}_u, \bar{\psi}_c, \bar{\psi}_t) \left( \frac{1}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W \right) \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_c \\ \psi_t \end{pmatrix}$$

$$+ (\bar{\psi}_d, \bar{\psi}_s, \bar{\psi}_b) \left( -\frac{1}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_W \right) \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_s \\ \psi_b \end{pmatrix}$$

# Leptonen und Quarks

- ▶ geladene Ströme: **mischen Quark-Flavors** via **CKM-Matrix  $\hat{V}$**
- ▶ **keine flavor-ändernden neutralen Ströme**
- ▶ Glashow-Iliopoulos-Maiani (GIM) mechanism (ein up- und ein down-artiges Quark in jeder Familie + Unitarität der CKM-Matrix)
- ▶ electromagnetic current

$$J_{\text{em}}^{\mu} = -(\bar{\psi}_e, \bar{\psi}_\nu, \bar{\psi}_\tau) \gamma^{\mu} \begin{pmatrix} \psi_e \\ \psi_\mu \\ \psi_\tau \end{pmatrix} \\ + \frac{2}{3} (\bar{\psi}_u, \bar{\psi}_c, \bar{\psi}_t) \gamma^{\mu} \begin{pmatrix} \psi_u \\ \psi_c \\ \psi_t \end{pmatrix} \\ - \frac{1}{3} (\bar{\psi}_d, \bar{\psi}_s, \bar{\psi}_b) \gamma^{\mu} \begin{pmatrix} \psi_d \\ \psi_s \\ \psi_b \end{pmatrix}.$$

# Ausblick

- ▶ Freiheit von anomaler Brechung der chiralen QFD-Eichsymmetrie → Übung
- ▶ Anwendung auf Zerfälle von Hadronen → Beispiel  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$  in Übung [Nac86]
- ▶ **Neutrinomassen und -mischung** (Superkamiokande 1998)  
s. Abschnitt 14 in [T+26] (s. auch Abschnitt 10 über die GSW-Theorie)

# Bibliography

- [AL73] E. Abers, B. Lee, Gauge Theories, Phys. Rept. **9**, 1 (1973).  
URL [https://doi.org/10.1016/0370-1573\(73\)90027-6](https://doi.org/10.1016/0370-1573(73)90027-6)
- [Cab63] N. Cabibbo, Unitary Symmetry and Leptonic Decays, Phys. Rev. Lett. **10**, 531 (1963).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.10.531>
- [GIM70] S. L. Glashow, J. Iliopoulos, L. Maiani, Weak Interactions with Lepton-Hadron Symmetry, Phys. Rev. D **2**, 1285 (1970).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.2.1285>
- [Gla61] S. L. Glashow, Partial Symmetries of Weak Interactions, Nucl. Phys. **22**, 579 (1961).  
URL [https://doi.org/10.1016/0029-5582\(61\)90469-2](https://doi.org/10.1016/0029-5582(61)90469-2)
- [GLW57] R. L. Garwin, L. M. Lederman, M. Weinrich, Observations of the Failure of Conservation of Parity and Charge Conjugation in Meson Decays: The Magnetic Moment of the Free Muon, Phys. Rev. **105**, 1415 (1957).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1415>

# Bibliography

- [Hig64] P. W. Higgs, Broken symmetries, massless particles and gauge fields, Phys. Lett. **12**, 132 (1964).  
URL [https://doi.org/10.1016/0031-9163\(64\)91136-9](https://doi.org/10.1016/0031-9163(64)91136-9)
- [Hig66] P. W. Higgs, Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons, Phys. Rev. **145**, 1156 (1966).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRev.145.1156>
- [Kle38] O. Klein, On the Theory of Charged Fields (1938), report submitted to Conference on New Theories in physics, Kazimierz, Poland, 1939, reprinted in [O'R97].
- [LY56] T. D. Lee, C.-N. Yang, Question of parity conservation in weak interactions, Phys. Rev. **104**, 254 (1956).  
URL <https://link.aps.org/abstract/PR/v104/i1/p254>
- [LY57] T. D. Lee, C.-N. Yang, Parity nonconservation and a two component theory of the neutrino, Phys. Rev. **105**, 1671 (1957).  
URL <https://link.aps.org/abstract/PR/v105/i5/p1671>

# Bibliography

- [Nac86] O. Nachtmann, *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik*, Vieweg, Braunschweig, Wiesbaden (1986).
- [O'R97] L. O'Raiheartaigh, *The Dawning of Gauge Theory*, Princeton University press, Princeton, New Jersey (1997).
- [PS95] M. Peskin, D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Publ. Comp., Reading, Massachusetts (1995).
- [Sal68] A. Salam, Weak and Electromagnetic Interactions, Conf. Proc. C **680519**, 367 (1968).  
URL [https://doi.org/10.1142/9789812795915\\_0034](https://doi.org/10.1142/9789812795915_0034)
- [Sch14] M. D. Schwartz, *Quantum field theory and the Standard Model*, Cambridge University Press, Cambridge, New York (2014).
- [SW64] A. Salam, J. C. Ward, Gauge theory of elementary interactions, Phys. Rev. **136**, B763 (1964).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRev.136.B763>

# Bibliography

- [T<sup>+</sup>26] F. Takahashi, et al., Review of Particle Physics, Int. J. Mod. Phys. A **41**, 2630011 (2026), doi:10.1142/S0217751X26300115.  
URL <https://pdg.lbl.gov>
- [Tay76] J. C. Taylor, *Gauge Theories of Weak Interactions*, Cambridge University Press (1976).
- [WAH<sup>+</sup>57] C. S. Wu, et al., Experimental Test of Parity Conservation in  $\beta$  Decay, Phys. Rev. **105**, 1413 (1957).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRev.105.1413>
- [Wei67] S. Weinberg, A Model of Leptons, Phys. Rev. Lett. **19**, 1264 (1967).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.19.1264>
- [Wei72] S. Weinberg, Effects of a neutral intermediate boson in semileptonic processes, Phys. Rev. D **5**, 1412 (1972).  
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.5.1412>

# Bibliography

- [Yuk35] H. Yukawa, On the Interaction of Elementary Particles I, Proc. Phys. Math. Soc. Jap. **17**, 48 (1935).  
URL <https://doi.org/10.1143/PTPS.1.1>