

Einführung in die theoretische Kern- und Teilchenphysik 2

Vorlesung 9: Chirale effektive Modelle für Hadronen

Hendrik van Hees

12. Juni 2026

Inhaltsverzeichnis

1	QCD und chirale Symmetrien	1
2	Schwere Hadronen (Nukleonen) im chiralen Modell	8
3	References	11

1 QCD und chirale Symmetrien

QCD und chirale Symmetrien

Literatur: [\[PS95, Koc97, DGH22\]](#)

Konventionen

- viele verschiedene Konventionen für Dirac-Matrizen, 4D Levi-Civita-Tensor usw.
- hier: wie im Peskin-Schroeder
- **Dirac-Matrizen**

$$- \{ \gamma^\mu, \gamma^\nu \} = 2\eta^{\mu\nu} \mathbb{1}, (\eta^{\mu\nu}) = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

$$- \gamma_5 = \gamma^5 = +i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = -i/4!\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma$$

- Levi-Civita-Tensor: $\epsilon^{0123} = -\epsilon_{0123} = +1$
- $\text{tr}(\gamma^5 \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = -4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma}$
- Projektoren auf Chiralitätseigenzustände: $P_L = (1 - \gamma_5)/2$, $P_R = (1 + \gamma_5)/2$
- Normierung von Impuls-Spin/Polarisationseigenzuständen (asymptotisch freier Teilchen)
 - moderne Konvention: gleich für Dirac-Fermionen und Bosonen
 - Erzeuger und Vernichter: $[\mathbf{a}_\sigma(\vec{p}), \mathbf{a}_{\sigma'}(\vec{p}')_\pm] = \delta_{\sigma\sigma'} \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$
 - $|\vec{p}, \sigma\rangle = \sqrt{(2\pi)^3 2E_p} \mathbf{a}_\sigma^\dagger(\vec{p}) |\Omega\rangle$, $\langle\Omega|\Omega\rangle = 1$
 - $\Rightarrow \langle\vec{p}, \sigma | \vec{p}', \sigma'\rangle = (2\pi)^3 2E_p \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$
- Pion-Zerfallskonstante: $F_\pi = (92,1 \pm 0,6) \text{ MeV}$ (PDG 2026, Sect. 72 ^[N⁺24], umgerechnet)
 - verschiedene Konventionen: $f_\pi = \sqrt{2} F_\pi = (130,2 \pm 0,8) \text{ MeV}$ (Originalangabe im PDG ^[N⁺24])
 - manchmal auch $\tilde{f}_\pi = 2 F_\pi \simeq 184 \text{ MeV}$ (z.B. Weinberg ^[Wei96])

Quantumchromodynamik: QCD

- Theorie der starken Wechselwirkung (s. KT 1, Vorlesung 11) **QCD**

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a + \bar{\psi}(i\not{D} - \hat{M})\psi$$

- **nicht-Abelsche Eichgruppe $\text{SU}(3)_{\text{color}}$**
 - jedes Quark Farbtuplett: $\psi = (\psi_r, \psi_g, \psi_b)$ mit Dirac-Spinoren ψ_k
 - eichkovariante Ableitung: $D_\mu = \partial_\mu + ig \hat{T}^a A^a$ ($a \in \{1, \dots, 8\}$)
 - Feldstärketensor: $F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c$
 - $\text{SU}(3)_{\text{color}}$ -Strukturkonstanten $f^{abc}: [\hat{T}^a, \hat{T}^b] = if^{abc} \hat{T}^c$, $\hat{T}^a = (\hat{T}^a)^\dagger \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$
- **Teilcheninhalt**
 - ψ : **Quarks** mit **Flavor** ($u, d; c, s; t, b$) (Masseneigenzustände!)
 - $\hat{M} = \text{diag}(m_u, m_d, m_s, \dots)$ = Stromquarkmassen

- A_μ^a **Gluonen**, Eichbosonen der $SU(3)_{\text{color}}$
- **Symmetrien**
 - fundamentale **lokale** $SU(3)_{\text{color}}$ -Eichsymmetrie
 - im Sektor der leichten Quarks $u, d, (s)$: näherungsweise **chirale Symmetrien** ($\hat{M} \rightarrow 0$)
 - Skaleninvarianz für $\hat{M} \rightarrow 0$

Chirale Symmetrien der (masselosen) QCD

- betrachte nur **leichte** u - und d -Quarks
- **Isospin-Dublett**: $\psi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$
- NB: ψ hat 3 Indizes: Dirac-Spinor-, Color- und Isospin-Indizes
- γ -Matrizen: $\{\gamma_\mu, \gamma_\nu\} = 2\eta_{\mu\nu}\mathbb{1}$, $\gamma_5 = \gamma^5 := i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, $\gamma_5\gamma_\mu = -\gamma_\mu\gamma_5$, $\gamma_5^\dagger = \gamma_5$, $\gamma_5^2 = \mathbb{1}$
- Dirac-Beziehungen für **links- und rechtshändige Komponenten**

$$\begin{aligned}\psi_L &= \frac{\mathbb{1} - \gamma_5}{2}\psi = P_L\psi, & \psi_R &= \frac{\mathbb{1} + \gamma_5}{2}\psi = P_R\psi, \\ P_{L/R}^2 &= P_{L/R}, & P_R P_L &= P_L P_R = 0, & P_{L/R}\gamma_5 &= \gamma_5 P_{L/R} = \mp P_{L/R} \\ P_{L/R}\gamma_\mu &= \gamma_\mu P_{R/L}, & \overline{P_L\psi} &= \overline{\psi}P_R, & \overline{P_R\psi} &= \overline{\psi}P_L \\ \overline{\psi}\gamma_\mu\psi &= \overline{\psi_L}\gamma_\mu\psi_L + \overline{\psi_R}\gamma_\mu\psi_R, & \overline{\psi}\psi &= \overline{\psi_L}\psi_R + \overline{\psi_R}\psi_L\end{aligned}$$

- $\overline{\psi} := \psi^\dagger\gamma_0$, $\overline{\gamma_5\psi} = \psi^\dagger\gamma_5^\dagger\gamma_0 = -\overline{\psi}\gamma_5$
- im masselosen Limes ($m_u = m_d = 0$)

$$\mathcal{L}_{u,d} = \overline{\psi}i\not{D}\psi = \overline{\psi_L}i\not{D}\psi_L + \overline{\psi_R}i\not{D}\psi_R$$

Chirale Symmetrie der (masselosen) QCD

- im masselosen Limes ($m_u = m_d = 0$) $\Rightarrow$ globale **chirale Symmetrien**:
 - Änderung von voneinander **unabhängigen** für die **links- und rechtshändigen** Komponenten:

$$\psi_L(x) \rightarrow \exp(-i\phi_L)\psi_L(x), \quad \psi_R(x) \rightarrow \exp(-i\phi_R)\psi_R(x)$$

- Symmetriegruppe $U(1)_L \otimes U(1)_R$
- unabhängige **Isospinrotationen**:

$$\psi_L(x) \rightarrow \exp(-i\vec{\alpha}_L \cdot \vec{T})\psi_L(x), \quad \psi_R(x) \rightarrow \exp(-i\vec{\alpha}_R \cdot \vec{T})\psi_R(x)$$

- $\vec{T} = \vec{\tau}/2$, $\vec{\tau}$: **Pauli-Matrizen**; Symmetriegruppe $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$

- alternative Notation skalare und pseudoskalare Phasenänderung und Isospinrotationen

$$\psi \rightarrow \exp(-i\phi_s)\psi, \quad \psi \rightarrow \exp(-i\gamma_5\phi_A)\psi$$

$$\psi \rightarrow \exp(-i\vec{\alpha}_V \cdot \vec{T})\psi, \quad \psi \rightarrow \exp(-i\gamma_5\vec{\alpha}_A \cdot \vec{T})\psi$$

- $U(1)_V$ und $SU(2)_V$ **sind Untergruppen der chiralen Symmetrien**, die auch **Symmetrien** bleiben, wenn $m_u = m_d \neq 0 \Rightarrow$ Heisenbergs Isospinsymmetry!
- Notation: für Transformationsmatrizen $\exp(-i\gamma_5\phi_A)$ bzw. $\exp(-i\gamma_5\vec{\alpha}_A \cdot \vec{T})$ schreibt man oft $U(1)_A$ bzw. $SU(2)_A$, obwohl das *keine Untergruppen* von $U(1)_L \otimes U(1)_R$ bzw. $SU(2)_L \otimes SU(2)_R$ (sondern „Nebenklassen“)

Ströme: Beziehung mit Mesonen

- Quellen: [Koc97, Sch03, Din11]
- Noether: jede Symmetrie impliziert **Erhaltungsgröße**
- Noether-Ströme für **chirale Symmetrien**

$$j_s^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi, \quad j_A^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\psi$$

$$\vec{j}_V^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\vec{T}\psi, \quad \vec{j}_A^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\gamma_5\vec{T}\psi$$

- Beziehung zu Mesonen über entsprechende **Quantenzahlen**:
 - σ (bzw. f_0): $\bar{\psi}\psi$ (Skalar und Isoskalar)
 - π : $i\bar{\psi}\vec{T}\gamma_5\psi$ (Pseudoskalar und Isektor zur $T = 1$ -Darstellung der $SU(2)_V$)
 - drei Pionen: $\pi^0 = \pi^3$ und $\pi^\pm = (p i^1 \pm i\pi^2)/\sqrt{2}$
 - ρ 's: $\bar{\psi}\gamma_\mu\vec{T}\psi$ (Vektor und Isektor, $T = 1$)
 - a_1 's: $\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\vec{T}\psi$ (Axialvektor und Isektor, $T = 1$)
- σ and π 's; ρ 's and a_1 's **haben nicht gleiche Masse**
- QCD-Grundzustand **nicht symmetrisch** unter Pseudoskalar- and Pseudovektor-Transformationen $\langle\Omega|\bar{\psi}\psi|\Omega\rangle \neq 0$

Spontane Symmetriebrechung

- **spontan gebrochene Symmetrie**: Grundzustand nicht symmetrisch
- $\Rightarrow$ **Grundzustand entartet**
- Grundzustand symmetrisch unter isoskalaren und Isovektortransformationen $U(1)_L \times U(1)_R$ gebrochen zu $U(1)_V$; $SU(2)_L \times SU(2)_R$ gebrochen zu $SU(2)_V$
- für jede gebrochene Symmetrie **masseloses Nambu-Goldstone-Boson**
- hier: drei Pionen sehr leicht im Vergleich zu anderen Hadronen ($m_\pi \simeq 140 \text{ MeV}$)
- $m_\pi \neq 0$: **explizite Brechung der chiralen Symmetrie durch m_u, m_d**
 - kann störungstheoretisch behandelt werden $\Rightarrow$ **chirale Störungstheorie**
 - Axialvektorstrom nur näherungsweise erhalten $\Rightarrow$ **PCAC** (partially conserved axial current)
 - erklärt viele Hadroneneigenschaften
- **$U(1)_A$ -Anomalie (Adler-Bell-Jackiw-Anomalie)** $\rightarrow$ Vorl. 8 und Übung 8
 - klassische Theorie invariant unter $U(1)_A \Rightarrow$ **in Quantenfeldtheorie explizit gebrochen** (s. vorige Vorlesung 8 und Übungsblatt 8) [PS95]
 - Grund: Pfadintegralmaß $D\bar{\psi}D\psi$ **nicht invariant** unter $U(1)_A$ -Trafos [Fuj79, Fuj80]
 - wichtig für korrekte Vorhersage der Zerfallsrate für $\pi_0 \rightarrow \gamma\gamma$
 - pseudoskalarer Strom nicht erhalten: $\partial_\mu j_A^\mu = -3/8\alpha_s \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} G_{\mu\nu}^a G_{\rho\sigma}^a$
 - weiterer Hinweis in $SU(3)$ -Quarkmodell (Gell-Mann): **pseudoskalares Mesonen-Nonet** zwei isospinskalare Mesonen η (zumeist $SU(3)$ -Oktett) und η' (zumeist $SU(3)$ -Singulett)
 - $\eta \simeq \bar{q}\gamma^5 \hat{\lambda}_8/2q$ (mit $q = (u, d, s)$) $\Rightarrow$ keine Anomalie des entsprechenden Axialvektorstroms
 - aus gleichem Grund Isovektor-Axialvektorstrom $\simeq \bar{q}\gamma^5 \gamma^\mu \hat{\tau} q$ erhalten (keine Anomalie wegen $\text{tr } \hat{\tau} = 0$)
 - η schwerer als π 's wegen schwerer s-Quarkmasse
 - $\eta' \simeq \bar{q}\gamma^5 \bar{q} \Rightarrow$ Axialvektorstrom anomal gebrochen

Minimales chirales Modell für Pionen und Nukleonen

- σ -Meson und Pionen (chirale Partner)
- Meson = $\bar{q}$ - q -Bindungszustand
- infinitesimale chirale Transformationen für Quarks ($\vec{T} = \vec{\tau}/2$) in $SU(2)_L \times SU(2)_R$ model

$$\psi \rightarrow (1 - i\delta \vec{\alpha}_V \cdot \vec{\tau}/2)\psi \quad (\text{Vektor-Isovektor-Transformation})$$

$$\psi \rightarrow (1 - i\gamma_5 \delta \vec{\alpha}_A \cdot \vec{\tau}/2)\psi \quad (\text{Axialvektor-Isovektor-Transformation})$$

- $\Rightarrow$ Transformationseigenschaften von **Mesonefeldern** unter chiralen Transformationen: $\sigma \sim \bar{\psi}\psi$, $\vec{\pi} \sim i\bar{\psi}\vec{\tau}\gamma_5\psi$

$$\sigma \rightarrow \sigma - \delta \vec{\alpha}_A \cdot \vec{\pi}, \quad \vec{\pi} \rightarrow \vec{\pi} + \delta \vec{\alpha}_V \times \vec{\pi} + \delta \vec{\alpha}_A \sigma$$

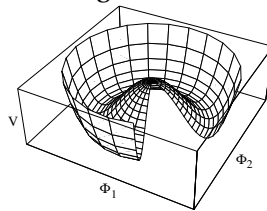
- $\sigma^2 + \vec{\pi}^2$ invariant $\Rightarrow$ chirale Transformation durch $SO(4)$ -Transformation von $\phi = (\sigma, \vec{\pi})^T$ realisiert

Minimales σ -Modell für Mesonen

- chirale Symmetrie als $SO(4)$ -Transformationen von Meson-Feldern $\phi \in \mathbb{R}^4$
- beschreibt σ -Meson und die drei Pionen ($\pi^\pm, \pi^0$)

$$\mathcal{L}_{\chi \text{ limit}} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - V(\phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - \frac{\lambda}{4}(\phi^2 - F_\pi^2)^2$$

- spontane Symmetriebrechung: „**Sombrero-Potential**“



- Entartung des Grundzustandes $\Rightarrow$ man braucht keine Energie, um Felder innerhalb des Potentialminimums zu drehen
 $\Rightarrow$ **masselose Nambu=Goldstone-Bosonen (Pionen)**

- Vakuumerwartungswert $\langle \phi^0 \rangle = F_\pi \neq 0$ (NB: Vakuum immer noch Poincaré-invarianter Zustand $\langle \Phi^0 \rangle = \text{const}$)
- Symmetrie **spontan gebrochen** von $\text{SO}(4)$ zu $\text{SO}(3)_V$ ($\dim \text{SO}(4) = 4 \cdot 3/2 = 6$, $\dim \text{SO}(3) = 3 \cdot 2/2 = 3 \Rightarrow 6 - 3 = 3$ Nambu-Goldstone-Bosonen (Pionen))
- Teilcheninhalt des Modells: **vier skalare reelle Feldfreiheitsgrade** $\Rightarrow$ 3 masselose Pionen und 1 massives σ -Meson

Pionenzerfall und PCAC

- schwacher Zerfall $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$
- schwache Wechselwirkung: chirale Eichtheorie mit Eichgruppe $\text{SU}(2)_{\text{W-iso}} \otimes \text{U}(1)_{\text{W-Y-Eichgruppe}}$
- Kopplung der schwachen Eichbosonen an Strom $J_V^\mu - J_A^\mu$ **maximale Verletzung der Spiegelsymmetrie/Parität**
- Pion **pseudoskalar** $\Rightarrow$ Zerfall wegen **Axialstrom** $\Rightarrow$

$$\langle 0 | J_A^{a\mu}(x) | \pi_b(p) \rangle = i p^\mu \delta_{ab} F_\pi \exp(-i p \cdot x)$$

- Zerfallsrate $\Rightarrow F_\pi \simeq 92 \text{ MeV}$

$$\langle 0 | \partial_\mu J_A^{a\mu}(x) | \pi_b(p) \rangle = -F_\pi p^2 \delta^{ab} \exp(-i p \cdot x) = -F_\pi m_\pi^2 \delta^{ab} \exp(-i p \cdot x)$$

- exakte chirale Symmetrie $\Rightarrow m_\pi = 0$ (Goldstone-Theorem) $\Rightarrow \partial_\mu J_A^{a\mu} = 0$ (Noether)
- $m_\pi \simeq 140 \text{ MeV} \neq 0$ aber „klein“ $\Rightarrow$ näherungsweise erhaltener Axialvektorstrom (**PCAC**)
- im effektiven Modell

$$J_{A,\pi}^{a\mu} = F_\pi \partial_\mu \phi^a, \quad a \in \{1, 2, 3\}$$

Explizite Symmetriebrechung

- explizite Brechung wegen $m_u, m_d \neq 0$
- symmetriebrechender Term in QCD: $\mathcal{L}_{\chi\text{SB}} = -m\bar{\psi}\psi$
- $m = (m_u + m_d)/2$; wegen $\bar{\psi}\psi \sim \sigma \Rightarrow$ in hadronischem Modell

$$\mathcal{L}_{\chi\text{SB}} = \epsilon\sigma$$

- σ - π -Potential:

$$V(\sigma, \vec{\pi}) = \frac{\lambda}{4} [(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) - v_0^2]^2 - \epsilon\sigma$$

- Potential in σ -Richtung verkippt $\Rightarrow$ führt zur korrekten „Richtung“ des (nun nicht mehr entarteten) Vakuums
- Minimum bei $F_\pi \Rightarrow$

$$v_0^2 = F_\pi^2 - \frac{\epsilon}{\lambda F_\pi}, \quad m_\sigma^2 = 2\lambda F_\pi^2 + \frac{\epsilon}{F_\pi}, \quad m_\pi^2 = \frac{\epsilon}{F_\pi}$$

- Noether + explizite Brechung der Symmetrie + PCAC (consistency!):

$$\partial_\mu J_A^{a\mu} = -\epsilon\pi^a \stackrel{\text{PCAC}}{=} -F_\pi m_\pi^2 \pi^a \Rightarrow \epsilon = F_\pi m_\pi^2$$

- χSB in der QCD wie im effektiven Modell $\Rightarrow$ **Gell-Mann-Oaks-Renner-Relation** [GMOR68]

$$\langle 0 | \epsilon \sigma | 0 \rangle = F_\pi \epsilon = m_\pi^2 F_\pi^2 = -m \langle 0 | \bar{\psi} \psi | 0 \rangle$$

2 Schwere Hadronen (Nukleonen) im chiralen Modell

Nukleonen im σ -Modell

- “naive Realisierung” von chiraler Symmetrie mit **schweren** Nukleonen $m_N \simeq 940 \text{ MeV}$ [GML60]
- “naiver Massenterm” würde (näherungsweise) chirale Symmetrie zerstören
- Axialvektorstrom von Nukleonen mit $\Psi = (p, n)^T$ -Isospin-Dublett

$$\vec{J}_{A,\text{nucl}}^\mu = g_A \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \Psi$$

- β -Zerfall des Neutrons $\Rightarrow g_A = 1,27$
- Gesamt-Axialvektorstrom $\vec{J}_A^\mu = \vec{J}_{A,\pi}^\mu + \vec{J}_{A,\text{nucl}}^\mu$ sollte PCAC erfüllen

$$\partial_\mu \vec{J}_A^\mu = -F_\pi m_\pi^2 \vec{\pi} \Rightarrow (\square + m_\pi^2) \vec{\pi} = -g_A i \frac{M}{F_\pi} \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\tau} \Psi$$

- **Goldberger-Treiman-Relation**

$$g_{\pi NN} = \frac{g_A M}{F_\pi} \simeq 12.6 \quad \text{vs.} \quad g_{\pi NN}^{\text{exp}} = 13.4$$

- Erweiterung des linearen σ -Modells

$$\mathcal{L}_{\text{nucl}} = \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi - g_{\pi NN} \left[\underbrace{i \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\tau} \Psi \cdot \vec{\pi} + \bar{\Psi} \Psi \sigma}_{\text{chiraler SO(4)-Skalar!}} \right]$$

- Lagrangian mit expliziter Brechung der chiralen Symmetrie

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi}) (\partial^\mu \vec{\pi}) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \frac{\lambda}{4} [(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) - \nu_0^2]^2 + \epsilon \sigma \\ & + \bar{\Psi} i \not{\partial} \Psi - g_{\pi NN} [i \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\tau} \Psi \cdot \vec{\pi} + \bar{\Psi} \Psi \sigma] \end{aligned}$$

- Nukleonmassenterm in Wechselwirkungsterm mit σ -Feld enthalten wegen $\langle \Omega | \sigma | \Omega \rangle = F_\pi$
- in **Diskrepanz** mit Goldberger-Treiman-Relation, denn $g_A = 1,27 > 1$
- in diesem minimalen Modell wird $g_A = 1$ durch chirale Symmetrie erzwingen
- kann durch Einführung von (nicht renormierbaren) Ableitungskopplungen zwischen Mesonen und Nukleonen repariert werden [DM00].
- Einfügen eines generischen naiven Massenterms für Nukleon verboten, da sonst chirale Symmetrie explizit auf Level der Nukleonmasse $m_N \simeq 940 \text{ MeV}$ gebrochen würde
- hier Masse **allein wegen spontaner Symmetriebrechung**, also durch Vakuumerwartungswert des σ -Feldes
- in Materie bei hinreichend hohen Temperaturen: **chiraler Phasenübergang** mit $\langle \sigma \rangle \rightarrow 0$

- Wiederherstellung der chiralen Symmetrie
- in dieser Realisierung der chiralen Symmetrie: $m_N \rightarrow 0$
- dropping-mass scenario: **Brown-Rho-Scaling** [BR91] (auch für andere Hadronen, insbesondere leichte Vektorbosonen $\Rightarrow$ relevant für Dileptonen in Schwerionenstößen!

Chirales Doppler-Modell

- alternative Realisierung der chiralen Symmetrie für schwere Hadronen (hier für Nukleonen) [DK89, JNOH00, KLS26]
- führe **chiralen Partner** zu Nukleon ins Modell ein
- Parität des Nukleons: +1 (per Konvention); (möglicher) chiraler Partner $N^*(1535)$
- mit zwei Isospin-Doublets Ψ_1 und Ψ_2 mögliche alternative Realisierung der chiralen Symmetrie $SU(2)_L \times SU(2)_R$
- „**Mirror assignment/Spiegelzuweisung**“ mit $\hat{L}$ und $\hat{R}$ als zwei $SU(2)$ -Transformationen

$$\begin{aligned}\psi'_{1L} &= \hat{L} \psi_{1L}, & \psi'_{1R} &= \hat{R} \psi_{1R} \\ \psi'_{2L} &= \hat{R} \psi_{2L}, & \psi'_{2R} &= \hat{L} \psi_{2R}\end{aligned}$$

- jetzt im Nukleonen-Lagrangian eine Art **Massenterm** erlaubt:

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_N &= \bar{\psi}_1 i \not{\partial} \psi_1 + \bar{\psi}_2 i \not{\partial} \psi_2 \\ &\quad + m_0 (\bar{\psi}_2 \gamma_5 \psi_1 - \bar{\psi}_1 \gamma_5 \psi_2) \\ &\quad + a \bar{\psi}_1 (\sigma + i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \psi_1 \\ &\quad + b \bar{\psi}_2 (\sigma + i \gamma_5 \vec{\tau} \cdot \vec{\pi}) \psi_2\end{aligned}$$

- jetzt Masse m_0 und Masse von Vakuumerwartungswert des σ -Feldes $\sigma_0 = F_\pi \Rightarrow$

$$\mathcal{L}_{N,\text{mass}} = (\bar{\psi}_1, \bar{\psi}_2) \begin{pmatrix} a\sigma_0 & -m_0\gamma_5 \\ m_0\gamma_5 & b\sigma_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix}$$

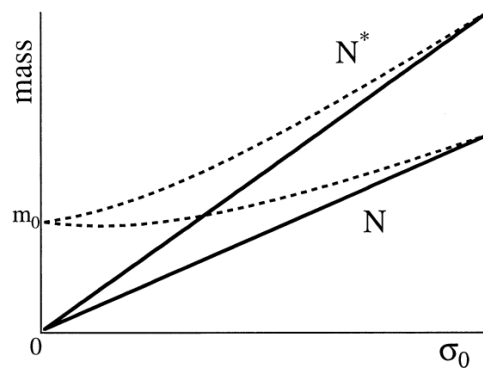
- Diagonalisierung mittels

$$\begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2 \cosh \delta}} \begin{pmatrix} \exp(\delta/2) & \gamma_5 \exp(-\delta/2) \\ \gamma_5 \exp(\delta/2) & -\exp(\delta/2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_+ \\ \psi_- \end{pmatrix}, \quad \sinh \delta = -\frac{(a+b)\sigma_0}{2m_0}$$

- Massen

$$m_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(a+b)^2 \sigma_0^2 + 4m_0^2} \mp (a-b)\sigma_0 \right)$$

- wenn $\sigma_0 \rightarrow 0$ wird $m_{\pm} = m_0$
- σ_0 sorgt nur für **Massendifferenz** zwischen chiralen Partnern
- Hadronen bleiben massiv, nur die Massen der chiralen Partner werden gleich in chiral symmetrischer Phase!



aus [JNOH00]

3 References

Bibliography

Literatur

- [BR91] G. Brown, M. Rho, Scaling effective Lagrangians in a dense medium, Phys. Rev. Lett. **66**, 2720 (1991).
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.66.2720>
- [DGH22] J. F. Donoghue, E. Golowich, B. R. Holstein, *Dynamics of the Standard Model*, Cambridge University Press, Cambridge, New York, Melbourne (2022).
URL <https://doi.org/10.1017/9781009291033>
- [Din11] M. Dine, Goldstone Bosons and Chiral Symmetry Breaking in QCD (2011), lecture notes.

URL https://scipp.ucsc.edu/~dine/ph222/goldstone_lecture.pdf

- [DK89] C. E. Detar, T. Kunihiro, Linear σ Model With Parity Doubling, Phys. Rev. D **39**, 2805 (1989).
URL <https://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.39.2805>
- [DM00] V. Dmitrasinovic, F. Myhrer, Pion nucleon scattering and the nucleon sigma term in an extended linear sigma model, Phys. Rev. C **61**, 025205 (2000).
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.61.025205>
- [Fuj79] K. Fujikawa, Path-Integral Measure for Gauge-Invariant Fermion Theories, Phys. Rev. Lett. **42**, 1195 (1979).
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.42.1195>
- [Fuj80] K. Fujikawa, Path Integral for Gauge Theories with Fermions, Phys. Rev. D **21**, 2848 (1980), [Erratum: Phys. Rev.D **22**,1499(1980)].
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.21.2848>, [10.1103/PhysRevD.22.1499](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.22.1499)
- [GML60] M. Gell-Mann, M. Levy, The axial vector current in beta decay, Nuovo Cim. **16**, 705 (1960).
URL <https://dx.doi.org/10.1007/BF02859738>
- [GMOR68] M. Gell-Mann, R. J. Oakes, B. Renner, Behavior of Current Divergences under $SU(3) \times SU(3)$, Phys. Rev. **175**, 2195 (1968).
URL <https://link.aps.org/abstract/PR/v175/i5/p2195>
- [JNOH00] D. Jido, Y. Nemoto, M. Oka, A. Hosaka, Chiral symmetry for positive and negative parity nucleons, Nucl. Phys. A **671**, 471 (2000).
URL [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(99\)00844-1](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(99)00844-1)
- [KLS26] C. Kummer, S. Leupold, L. von Smekal, Kinetic mixing and axial charges in the parity-doublet model, Phys. Rev. D **113**, 116010 (2026).
URL <https://doi.org/10.1103/qc6c-wg6h>
- [Koc97] V. Koch, Aspects of chiral symmetry, Int. J. Mod. Phys. E **6**, 203 (1997).
URL <https://doi.org/10.1142/S0218301397000147>

- [N⁺24] S. Navas, et al., Review of particle physics, Phys. Rev. D **110**, 030001 (2024).
URL <https://doi.org/10.1103/PhysRevD.110.030001>
- [PS95] M. Peskin, D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Addison-Wesley Publ. Comp., Reading, Massachusetts (1995).
- [Sch03] S. Scherer, Introduction to chiral perturbation theory, Adv. Nucl. Phys. **27**, 277 (2003).
URL <https://arxiv.org/abs/hep-ph/0210398>
- [Wei96] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, Bd. 2, Cambridge University Press (1996).