

## Übungen zur Theoretischen Physik 3 für das Lehramt L3 – Blatt 1

### Aufgabe 1: Hintereinanderausführung von Polarisationsmessungen

Wir betrachten Polarisationsmessungen an einzelnen Photonen. Das Photon sei in  $x_1$ -Richtung linear polarisiert, d.h. vor der Messung der Polarisation mit Hilfe von Polarisationsfiltern sei das Photon im Polarisationszustand  $|\epsilon\rangle = |e_1\rangle$ . In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Wirkung eines Polarisationsfilters, der auf Durchlassrichtung um einen Winkel  $\alpha$  gegenüber der  $x_1$ -Richtung eingestellt ist, durch den Projektionsoperator

$$\mathbf{P}(\alpha) = \cos^2 \alpha |e_1\rangle \langle e_1| + \sin^2 \alpha |e_2\rangle \langle e_2| + \sin \alpha \cos \alpha (|e_1\rangle \langle e_2| + |e_2\rangle \langle e_1|) \quad (1)$$

gegeben ist, d.h. für ein in einem beliebigen Polarisationszustand  $|\psi\rangle$  präpariertes Photon, wobei  $\langle \psi | \psi \rangle = 1$  sein soll, ergibt sich für den Polarisationszustand von Photonen, die durch den um  $\alpha$  gegen die  $x_1$ -Richtung verdrehten Polarisationsfilter

$$|\psi'\rangle = \mathbf{P}(\alpha) |\psi\rangle, \quad (2)$$

und die Wahrscheinlichkeit, dass das Photon durch den Filter läuft ist

$$W(\alpha) = \langle \psi' | \psi' \rangle. \quad (3)$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $\mathbf{P}^\dagger(\alpha) = \mathbf{P}(\alpha)$  und  $\mathbf{P}^2(\alpha) = \mathbf{P}(\alpha)$  ist und dass daraus

$$W(\alpha) = \langle \psi | \mathbf{P}(\alpha) | \psi \rangle \quad (4)$$

folgt.

- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Photon durch einen Polarisationsfilter läuft, dessen Durchlassrichtung um einen Winkel  $\alpha$  gegen die  $x_1$ -Richtung verdreht ist.
- (c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass das Photon zuerst durch einen Polarisationsfilter in der Stellung  $\alpha = \pi/4$  und dann durch einen Polarisationsfilter in der Stellung  $\alpha = -\pi/4$  läuft.
- (d) Was passiert, wenn man beim Aufbau in der vorigen Teilaufgabe zwischen die beiden Polarisationsfilter noch einen dritten aufstellt, der in Richtung  $\alpha = 0$  (also auf in  $x_1$ -Richtung polarisierte Photonen) eingestellt ist.