H. van Hees **Wintersemester 2018/2019**

Übungen zur Theoretischen Physik 3 für das Lehramt L3 – Blatt 13

Aufgabe 1: Teilchen im homogenen E-Feld (kovariante Rechnung)

In der Vorlesung haben wir ein geladenes relativistisches Teilchen in einem homogenen elektrischen Feld $\vec{E} = (E, 0, 0)^{\mathrm{T}} = \text{const}$ im nichtkovarianten Dreierformalismus behandelt. In dieser Aufgabe soll dasselbe Problem mit dem manifest kovarianten Formalismus behandelt werden. Die Bewegungsgleichung lautet

$$\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{q}{m} F^{\mu\nu} p_\nu = \frac{qE}{mc} \begin{pmatrix} p^1 \\ p^0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Lösen Sie zunächst diese Bewegungsgleichungen für p^0 und p^1 mit der Anfangsbedingung $\vec{p}(0) = 0$. Zeigen Sie dann, dass die Bedingung $p_\mu p^\mu = m^2 c^2 = \text{const}$ erfüllt ist, wie es sein muss. Verwenden Sie dann die Beziehung

$$\mathrm{d}x^\mu / \mathrm{d}\tau = p^\mu / m, \tag{2}$$

um auch die Weltlinie des Teilchens zu berechnen. Die Anfangsbedingung sei $\underline{x}(0) = \underline{0}$.

Schreiben Sie schließlich das Resultat mit der Zeit t als Parameter, bestimmen Sie also $\vec{x}(t)$ und vergleichen Sie dies mit dem Resultat in der Vorlesung bzw. im Manuskript.

Aufgabe 2: Teilchen im Homogenen B-Feld

Lösen Sie die analoge Aufgabe für ein homogenes magnetisches Feld $\vec{B} = (B, 0, 0)^{\mathrm{T}}$. Die kovariante Form der Bewegungsgleichung lautet hier

$$\frac{\mathrm{d}p^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \frac{q}{m} F^{\mu\nu} p_\nu = \frac{qB}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p^3 \\ -p^2 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

Als Anfangsbedingung setzen wir $\vec{p}(0) = (0, p_0^2, 0)^{\mathrm{T}}$, $\vec{x}(0) = \vec{0}$.

Aufgabe 3: Compton-Streuung

Wir betrachten die elastische Streuung eines γ-Quants an einem ruhenden Elektron $\gamma + \mathrm{e}^- \rightarrow \gamma + \mathrm{e}^-$. Das γ-Quant kann man hinsichtlich Energie und Impuls wie ein Teilchen mit der invarianten Masse $m_\gamma = 0$ behandeln. Sein Viererimpuls ist also $\underline{p}_\gamma = (p_\gamma, p_\gamma, 0, 0)$ (wir nehmen also o.b.d.A. an, dass der Photonenimpuls im Anfangszustand in x^1-Richtung zeigt. Das Elektron ist ein Teilchen mit der invarianten Masse $m_\mathrm{e} = 511\ \mathrm{keV}/c^2$ und besitzt entsprechend einen Viererimpuls $\underline{p}_\mathrm{e} = (\mathscr{E}_\mathrm{e}/c, \vec{0})^{\mathrm{T}}$. Bestimmen Sie die Viererimpulse des Photons und des Elektrons im Endzustand. Wir nehmen an der Streuwinkel des Photons sei ϑ. Das ist der Winkel zwischen $\vec{p}_\gamma'$ und $\vec{p}_\gamma$. Geben Sie die Formel für die Energie des Photons im Endzustand in Abhängigkeit vom Streuwinkel und von der Photonenenergie $\mathscr{E}_\gamma = p_\gamma c$ im Anfangszustand an.

Berechnen Sie daraus die Wellenlängenänderung zwischen dem Ursprünglichen und dem gestreuten Photon. Verwenden Sie dazu die de Broglie-Beziehung $\lambda = 2\pi\hbar/p_\gamma$.

Homepage zu Vorlesung und Übungen:
`https://th.physik.uni-frankfurt.de/~hees/theo3-l3-WS1819/index.html`