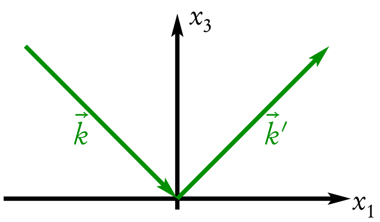
H. van Hees **Sommersemester 2024**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 9

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Reflexion einer ebenen Welle an ideal leitender Ebene



Wir wollen mit Hilfe der Maxwell-Gleichungen zeigen, dass das aus der geometrischen Optik bekannte Reflexionsgesetz, wonach der Einfallwinkel einer elektromagnetischen gleich dem Ausfallwinkel der reflektierten Welle ist, wie in der nebenstehenden Skizze eingezeichnet. Zusätzlich wollen wir auch die Eigenschaften der reflektierten aus denen der einlaufenden Welle bestimmen.

Wir gehen dazu von der Wellengleichung für das elektrische Feld, das (wie im Manuskript gezeigt) aus den Maxwellgleichungen folgt, und dem Gaußschen Gesetz für das elektrische Feld für $\rho = 0$ und $\vec{j} = 0$ aus. Wir nehmen außerdem an, dass in der $x_1 - x_2$-Ebene ein ideal leitendes metallisches Material vorhanden ist (elektrische Leitfähigkeit $\sigma \to \infty$), d.h. ein ideal reflectierender Spiegel.

Im Folgenden gehen wir von dem Ansatz aus, dass sowohl die einlaufende $\vec{E}$ als auch die auslaufende Welle $\vec{E}'$ ebene Wellen sind:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(\mathrm{i}\vec{k} \cdot \vec{r} - \mathrm{i}\omega t), \quad \vec{E}' = \vec{E}_0 \exp(\mathrm{i}\vec{k}' \cdot \vec{r} - \mathrm{i}\omega' t), \tag{1}$$

für die jeweils die Wellengleichung und das Gaußsche Gesetz für $\rho = 0$

$$\Box \vec{E} = 0, \quad \Box \vec{E}' = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0, \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E}' = 0 \tag{2}$$

gelten.

Im Folgenden wollen wir aus den vorgegebenen Parametern ω, $\vec{k}$ und $\vec{E}_0$ für $\vec{E}$ die entsprechenden Parameter für $\vec{E}'$, also ω', $\vec{k}'$ und $\vec{E}_0'$ berechnen. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

(a) (1 Punkt) Was folgt für ω, $\vec{k}$, ω' und $\vec{k}'$ aus der Wellen Gleichung für $\vec{E}$ bzw. $\vec{E}'$.

(b) (1 Punkt) Welche Bedingungen an $\vec{E}$ und $\vec{E}'$ ergeben sich aus dem Gaußschen Gesetz?

(c) (1 Punkt) Argumentieren Sie, dass für $x_3 = 0$ (also in der x_1-x_2-Ebene, wo sich der Spiegel befindet) die Tangentialkomponenten von $\vec{E}_{\text{tot}} = \vec{E} + \vec{E}'$ verschwinden müssen, d.h.

$$[\vec{E}_{\text{tot}} - \vec{e}_3 E_{\text{tot}3}]_{x_3=0} = 0 \tag{3}$$

sein muss.

(d) (4 Punkte) Was ergibt sich daraus zunächst für ω und ω' sowie für $\vec{k}$ und $\vec{k}'$? Drücken Sie dazu ω' und $\vec{k}'$ mittels ω und $\vec{k}$ aus und beweisen Sie damit insbesondere das Reflexionsgesetz.

(e) (3 Punkte) Berechnen Sie schließlich noch $\vec{E}_0'$ mit Hilfe von $\vec{E}$.

Homepage zu Vorlesung und Übungen:
`https://itp.uni-frankfurt.de/~hees/theo2-l3-SS24/index.html`