H. van Hees **Sommersemester 2020**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 7

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Kondensator mit Dielektrikum

Wir betrachten einen Kondensator, der zunächst mit Luft (Vakuum) gefüllt sei. Nun füllen wir den Kondensator mit Wasser ($\epsilon_{\text{rel}} = 88$).

(a) **[2 Punkte]** Zeigen Sie anhand der Rechnung für den Plattenkondensator vom vorigen Übungsblatt, dass sich die Kapazität gemäß $C = \epsilon_{\text{rel}} C_{\text{vac}}$ ändert, wobei C_{vac} die Kapazität des Kondensator ohne Dielektrikum ist.

(b) **[4 Punkte]** Der leere Kondensator werde vor dem Füllen mit einer Batterie der Spannung U verbunden und dann von der Batterie getrennt. Wie ändern sich die Ladung auf den Kondensatorplatten, die Spannung und die im Kondensator gespeicherte Feldenergie, wenn das Wasser eingefüllt wird?

(c) **[4 Punkte]** Betrachten Sie dieselbe Fragestellung, wie in der vorigen Teilaufgabe, nur dass diesmal die Batterie mit dem Kondensator verbunden bleibt.

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Magnetfeld des unendlich langen Drahtes

Ein zylinderförmiger unendlich langer Draht mit Radius a entlang der x_3-Achse eines kartesischen Koordinatensystems sei von einem Strom $I = \text{const}$ durchflossen. Die Stromdichte sei entsprechend $\vec{j} = I\Theta(a-R)\vec{e}_3/(\pi a^2)$, wobei $R = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ ist.

(a) **[3 Punkte]** Bestimmen Sie das Vektorpotential $\vec{A}$ ($\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$), indem Sie mit Hilfe des Ampèreschen Durchflutungsgesetzes

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{j} \tag{1}$$

zeigen, dass es in kartesischen Koordinaten die vektorielle Poisson-Gleichung

$$\operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{A} = \vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = -\Delta \vec{A} = \mu_0 \vec{j} \tag{2}$$

erfüllt, vorausgesetzt, das Vektorpotential genügt der Coulomb-Eichbedingung

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0. \tag{3}$$

Hinweis: Sie können die Formeln in Anhang C.3 des Manuskripts verwenden!

(b) **[2 Punkte]** Begründen Sie, dass aufgrund der Symmetrie des Problems der Ansatz

$$\vec{A} = A(R)\vec{e}_z \tag{4}$$

plausibel ist, wobei (R, φ, z) die üblichen Zylinderkoordinaten (vgl. Anhang A.2 des Manuskripts) sind.

(c) **[2 Punkte]** Zeigen Sie unter Verwendung der Formeln in Anhang A.2 des Manuskripts, dass die Coulomb-Eichbedingung (3) für beliebige Funktionen $A(R)$ erfüllt ist.

(d) **[3 Punkte]** Schreiben Sie nun die Gleichung (1) in Zylinderkoordinaten und lösen Sie unter Beachtung der Randbedingungen des Magnetfeldes am Zylinderrand die Differentialgleichung für $A(R)$. Berechnen Sie dann via $\vec{B} = \operatorname{rot} \vec{A}$ das Magnetfeld.
