Thomas Weatherby

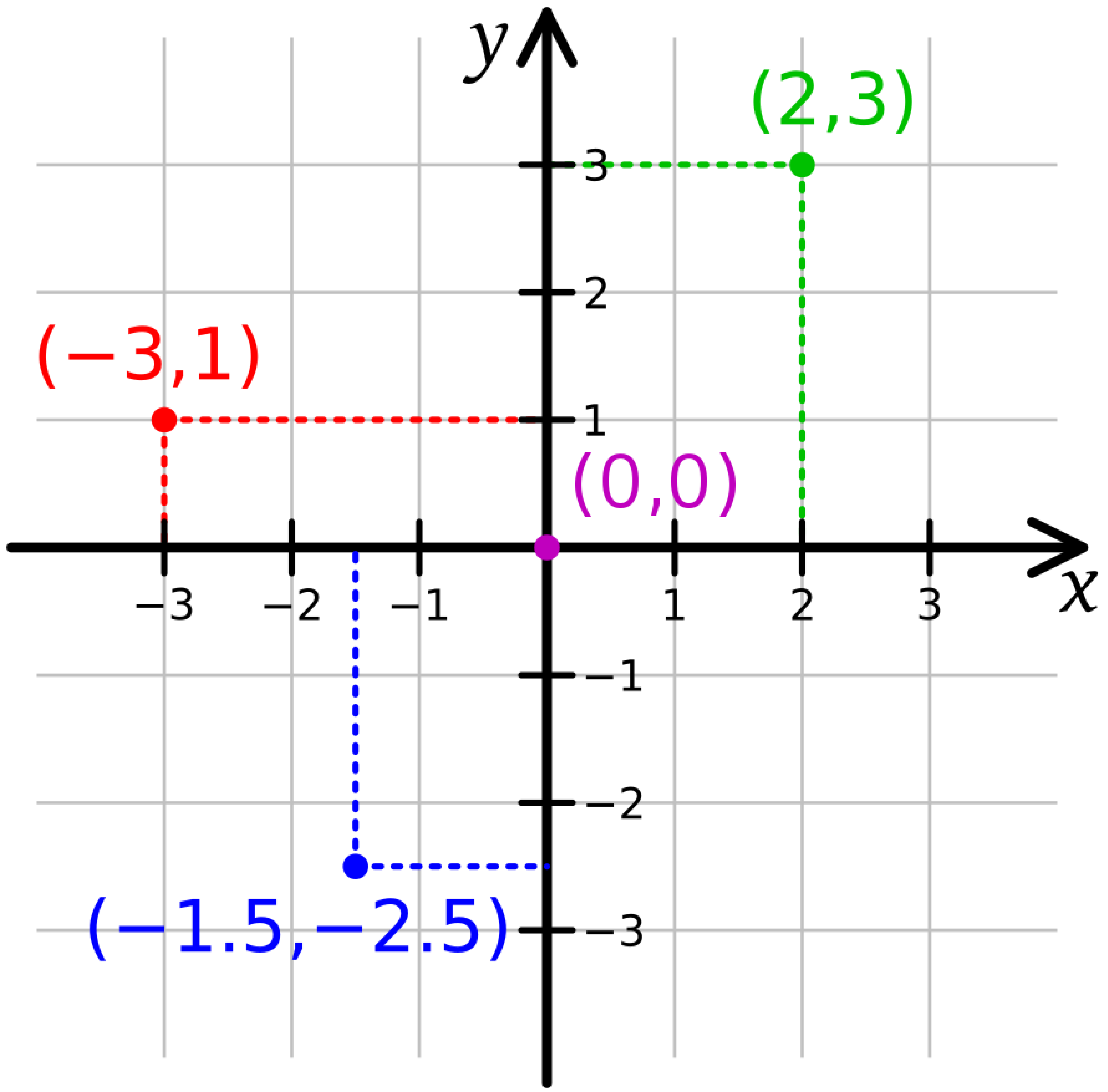
Woche 3: Polar-, Kugel-, Zylinderkoordinaten und Mehrfachintegrale

Theoretische Physik II für Lehramt III

Kartesische Koordinaten (2D)

- Zwei-koordinaten
  - x - Richtung (Horizontal)
  - y - Richtung (Vertikal)

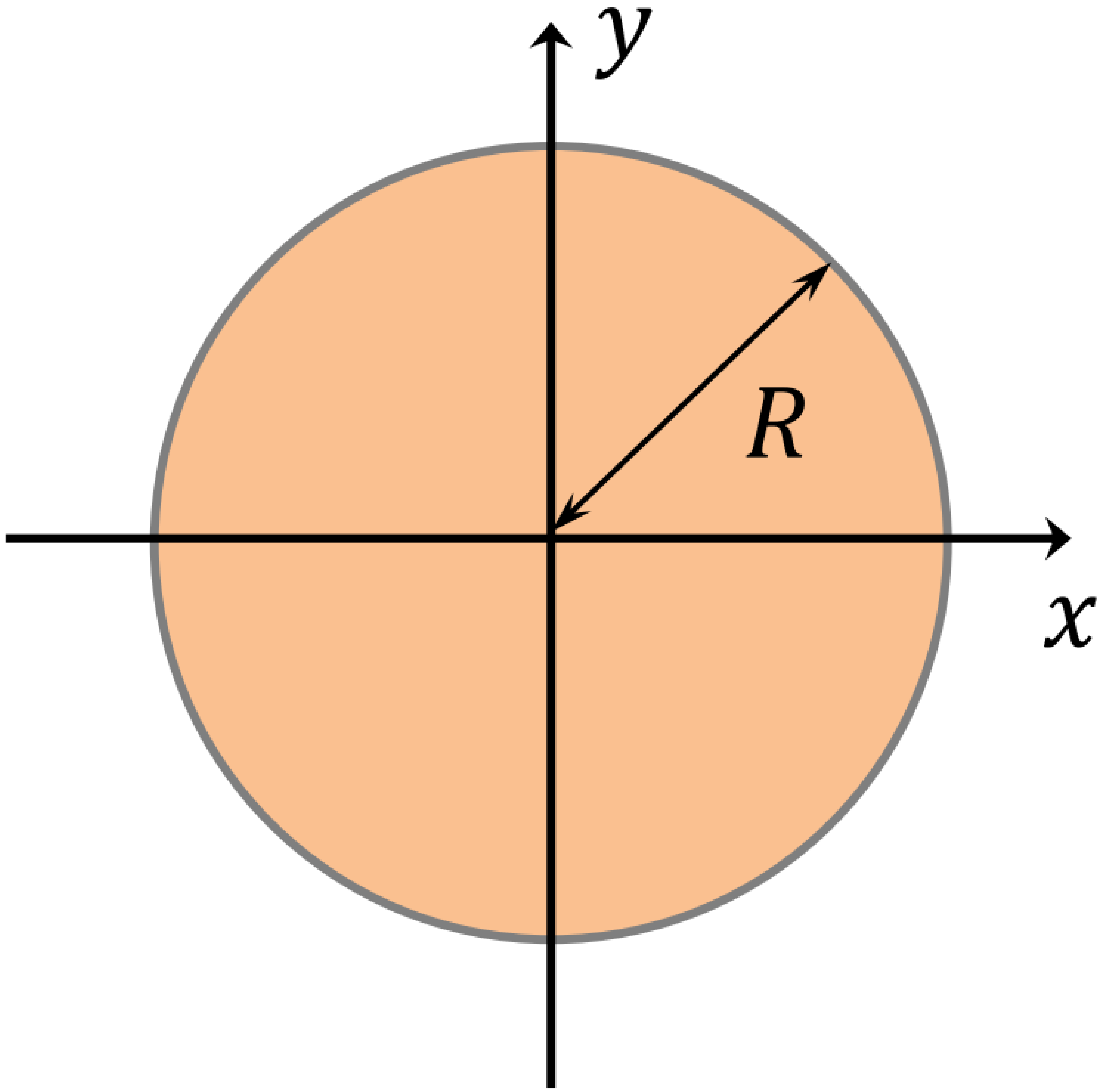
- Flächenelement
  - $\mathrm{d}A = \mathrm{d}x \cdot \mathrm{d}y$



Aufgabe 1

Berechnen Sie durch Integration die Fläche eines Kreises mit Radius R, dessen Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt.

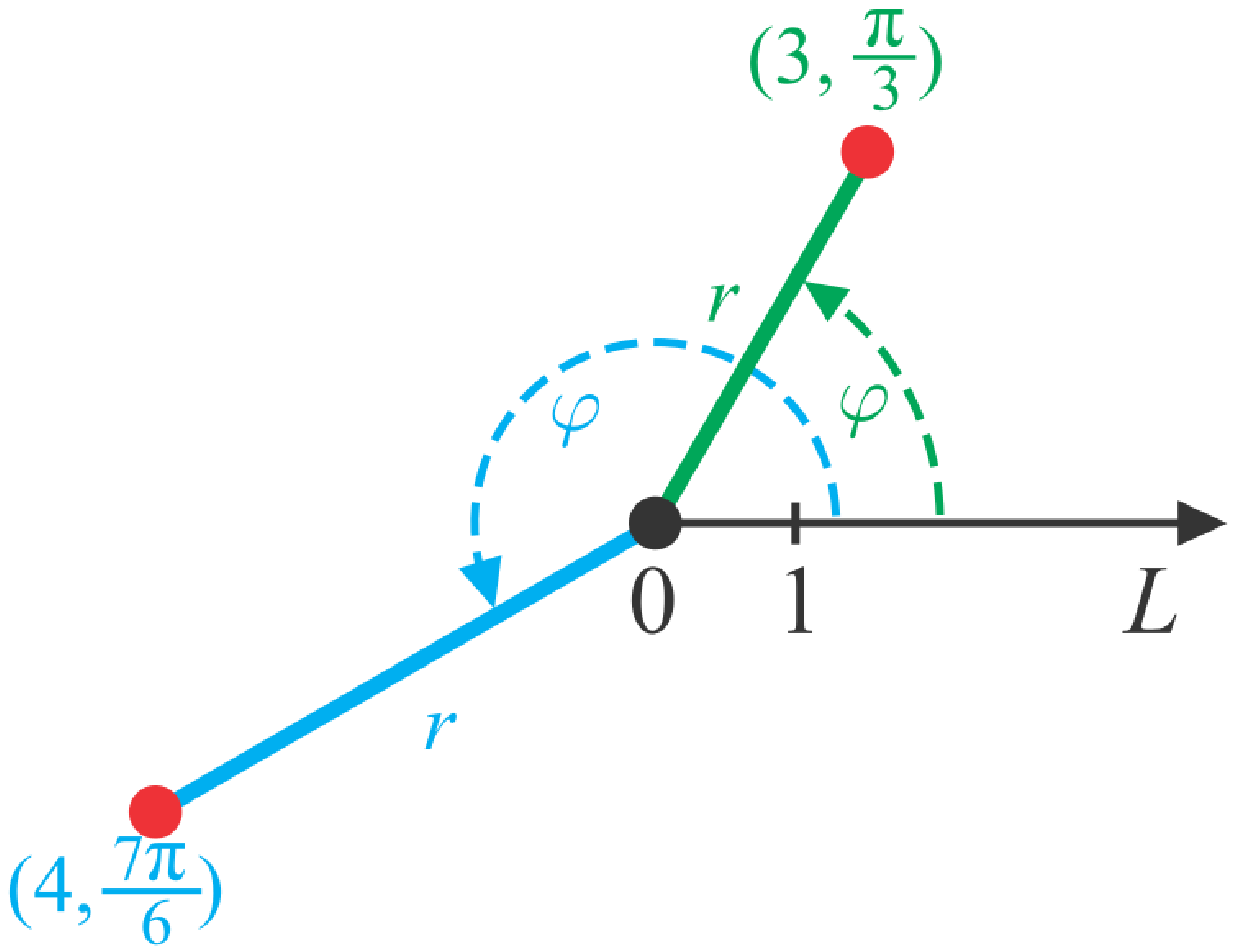
Nutzen Sie dafür kartesische Koordinaten.



Polarkoordinaten (2D)

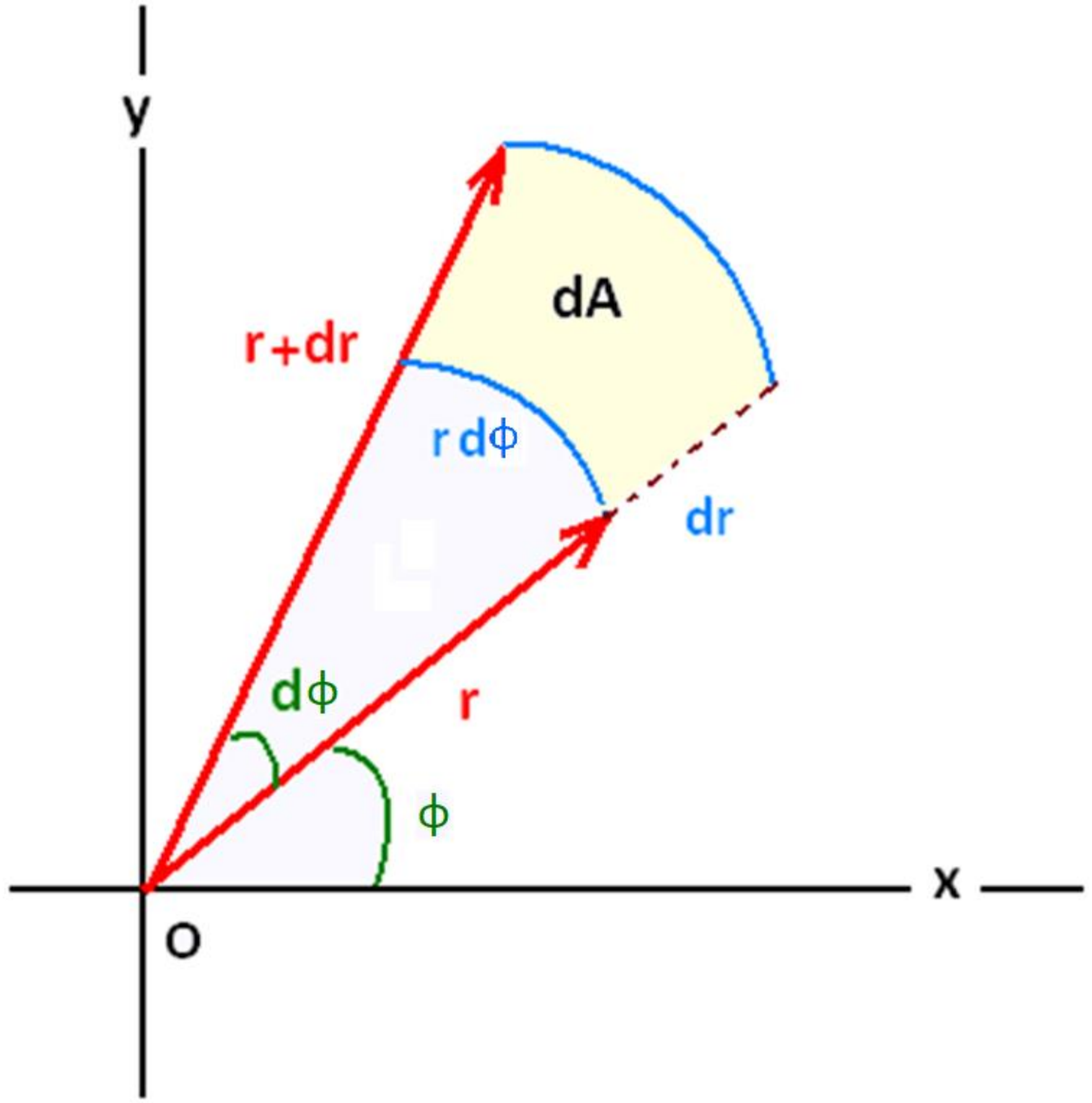
- Zwei-Koordinaten
  - r - Richtung
  - φ - Richtung (im Gegenuhrzeigersinn von Vertikal)

- Umrechnen:
  - $x = r\cos\varphi$
  - $y = r\sin\varphi$
  - $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
  - $\varphi = tan\frac{y}{x}$



Polarkoordinaten (2D)

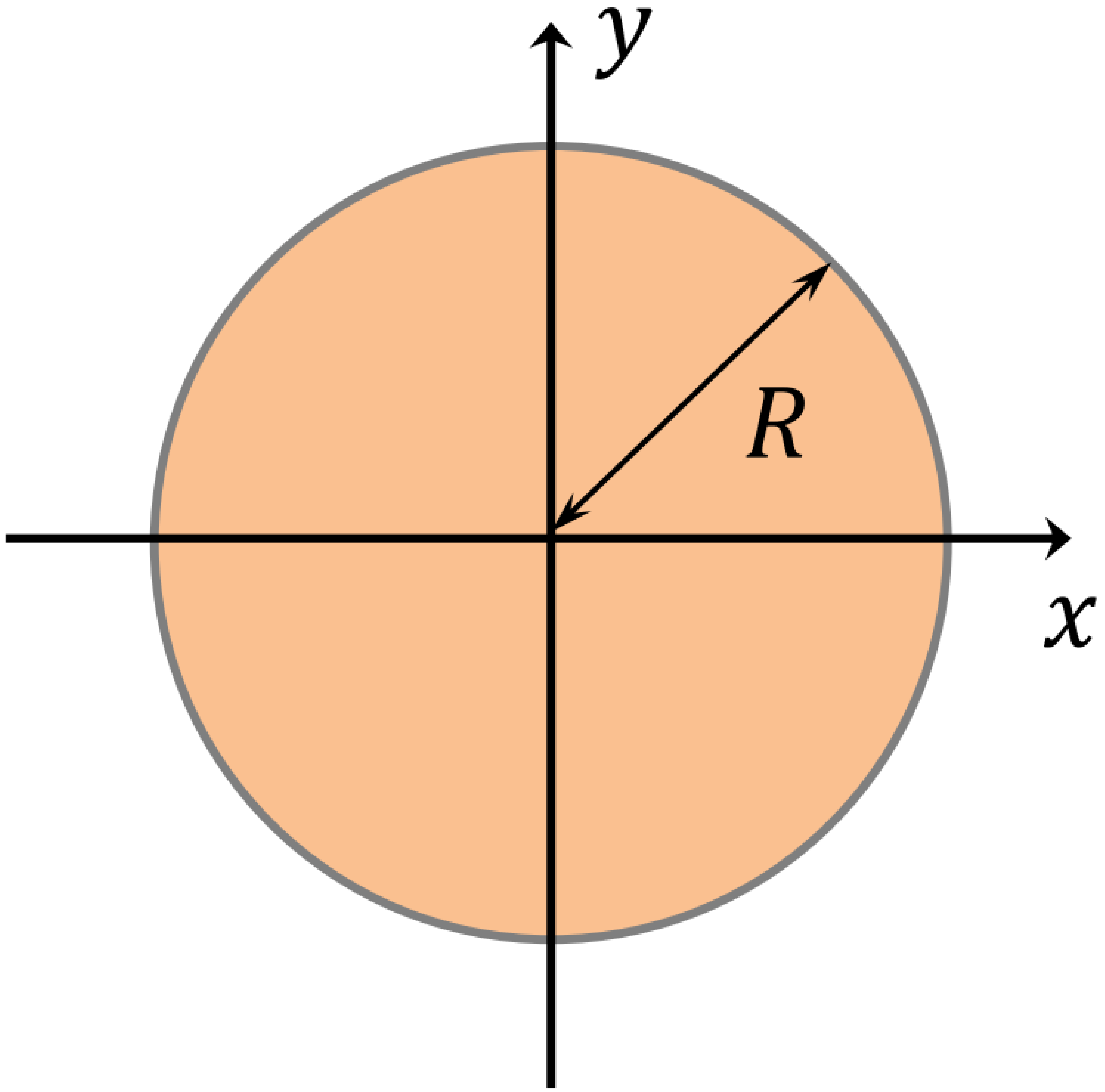
- Flächenelement
  - $dA = r d\varphi \cdot dr$



Aufgabe 2

Berechnen Sie durch Integration die Fläche eines Kreises mit Radius R, dessen Mittelpunkt im Koordinatenursprung liegt.

Nutzen Sie dafür Polarkoordinaten.

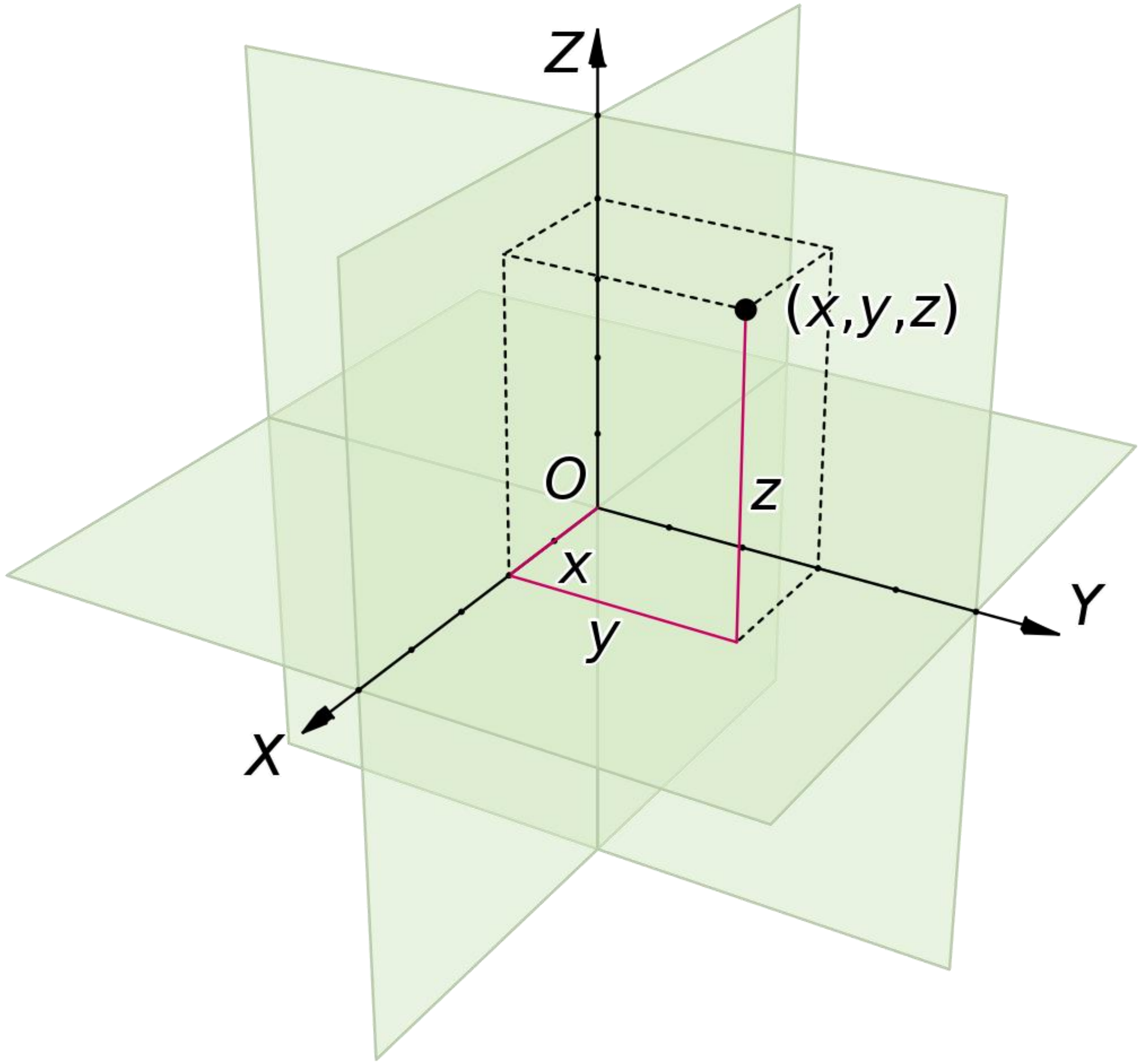


Kartesische Koordinaten (3D)

- Drei-koordinaten
  - x - Richtung
  - y - Richtung
  - z - Richtung

- „Rechtshändig“ aufgebaut

- Volumenelement
  - $dV = dx \cdot dy \cdot dz$

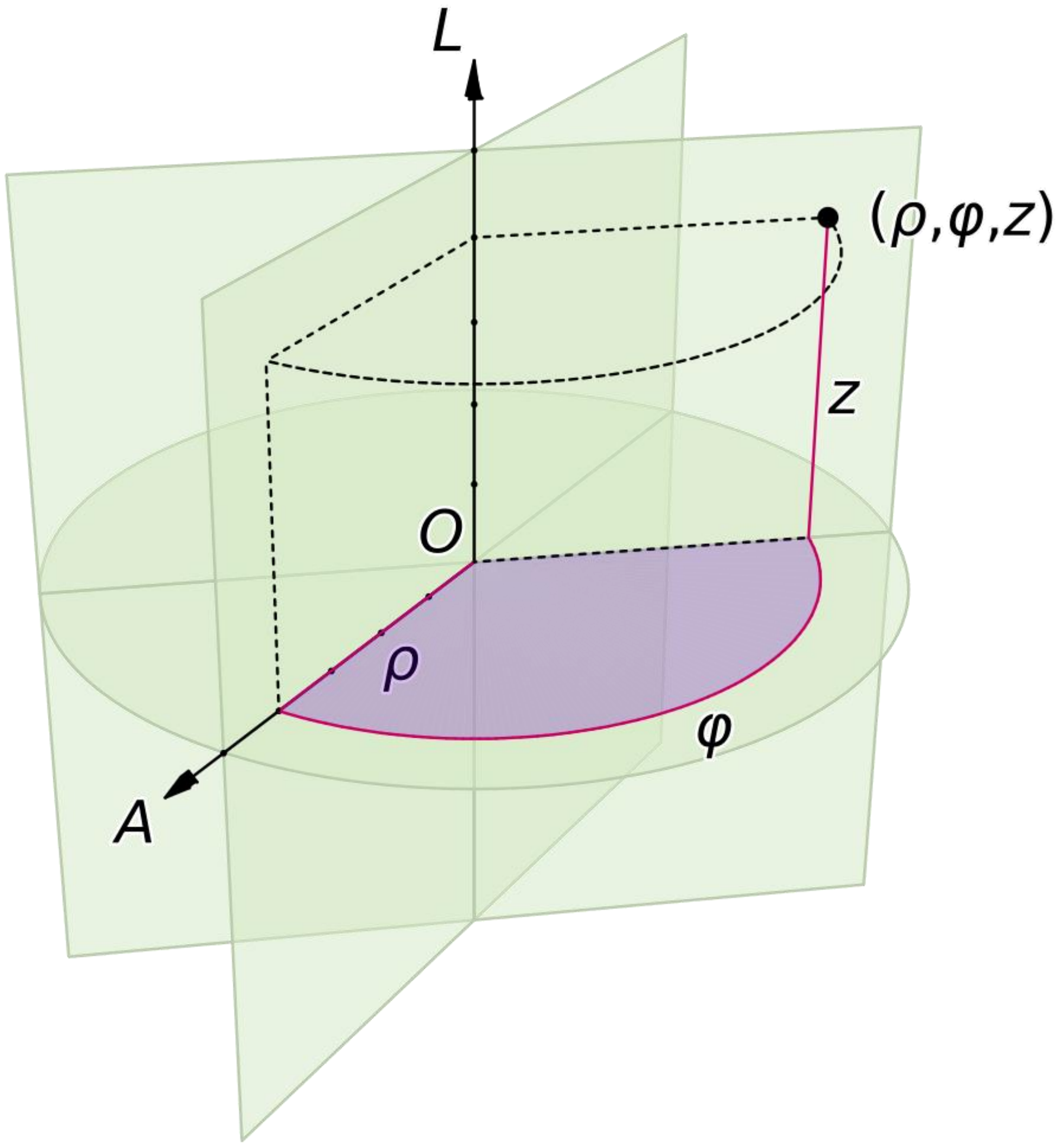


Zylinderkoordinaten (3D)

- Drei-koordinaten
  - ρ - Richtung
  - φ - Richtung Winkel von der x-Achse)
  - z - Richtung

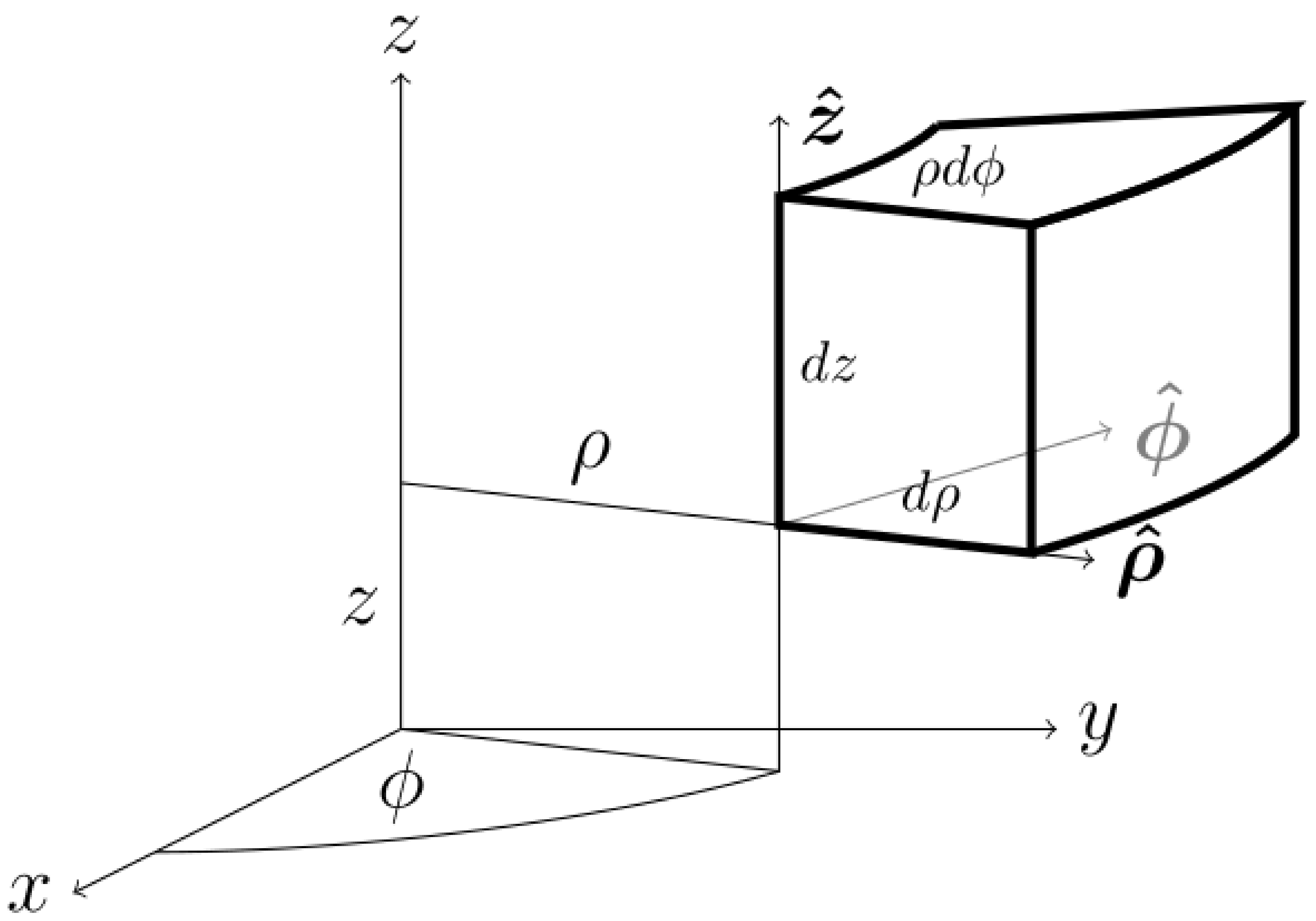
- Umrechnen:
  - $x = \rho \cos \varphi$
  - $y = \rho \sin \varphi$
  - $z = z$

- $\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- $\varphi = arctan\frac{y}{x}$
- $z = z$



Zylinderkoordinaten (3D)

- Volumenelement
  - $dV = \rho d\varphi \cdot dr \cdot dz$
  - Polarkoordinaten Flächenelement mal dz

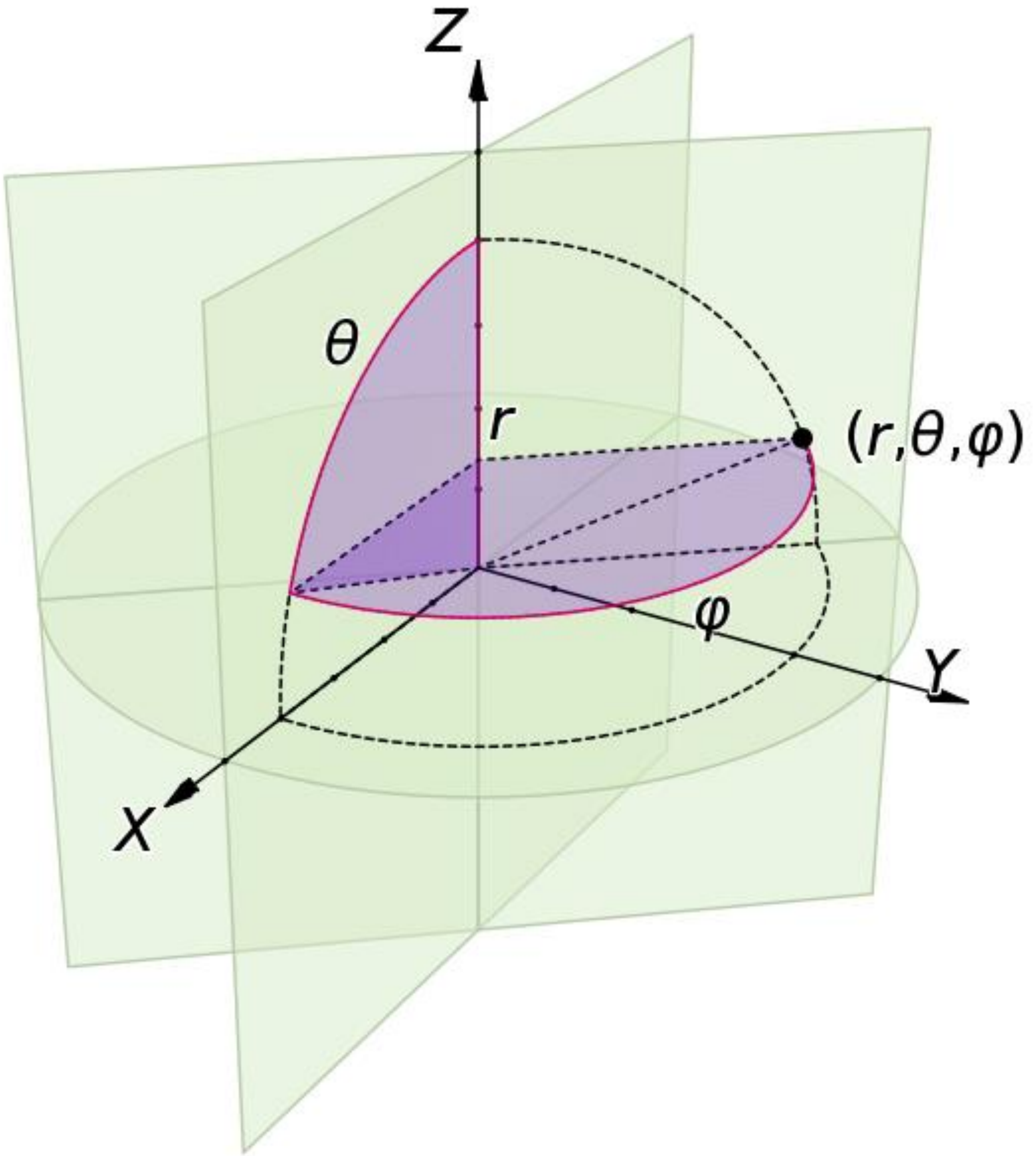


Kugelkoordinaten (3D)

- Drei-koordinaten
  - r - Richtung
  - θ - Richtung (Winkel von der z-Achse)
  - φ - Richtung (Winkel von der x-Achse)

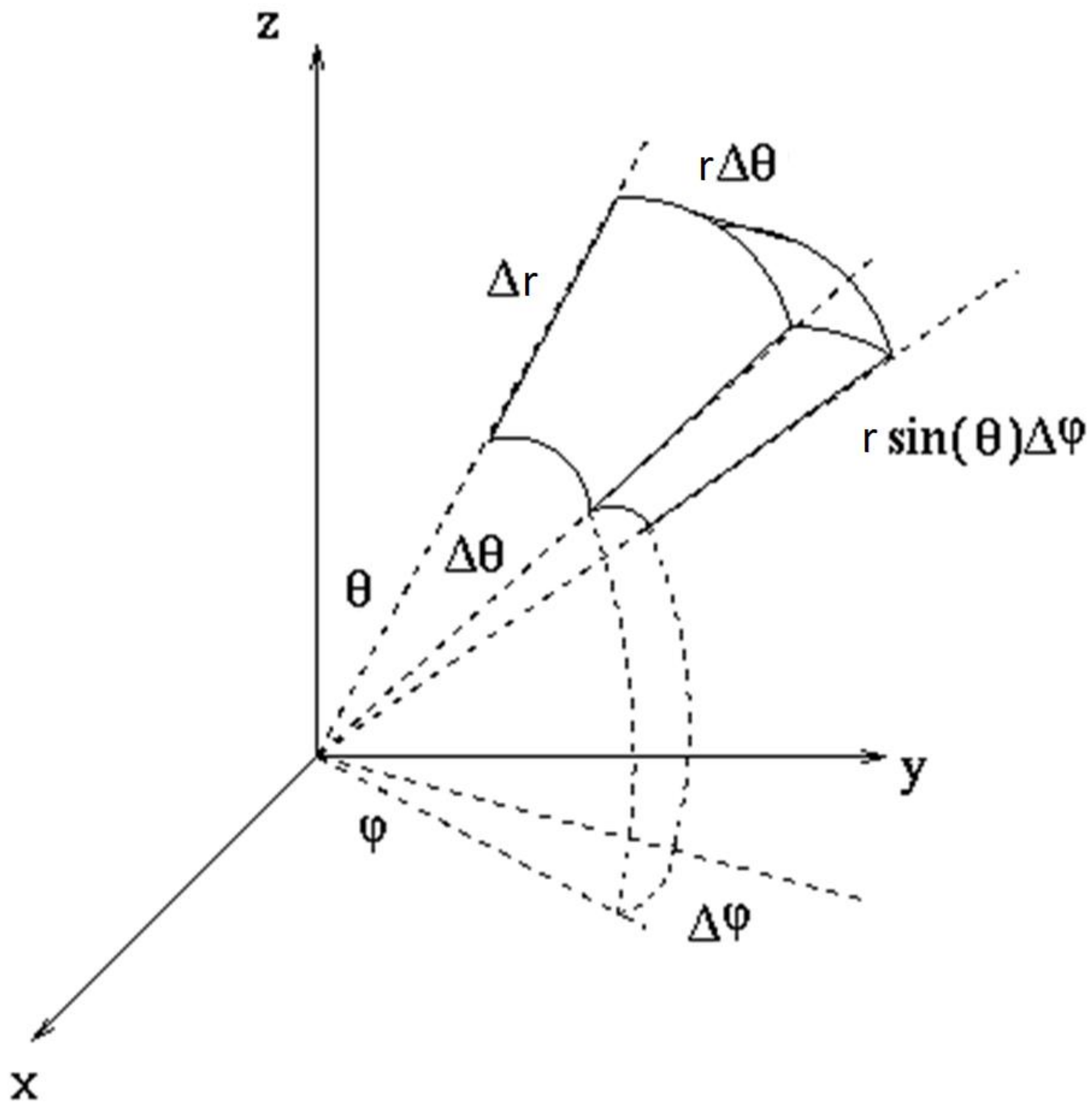
- Umrechnen:
  - $x = r\,\sin\theta\cos\varphi$
  - $y = r\,\sin\theta\sin\varphi$
  - $z = r\,\cos\theta$

- $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- $\theta = \arctan(\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{z})$
- $\varphi = \arctan(\frac{y}{x})$



Kugelkoordinaten (3D)

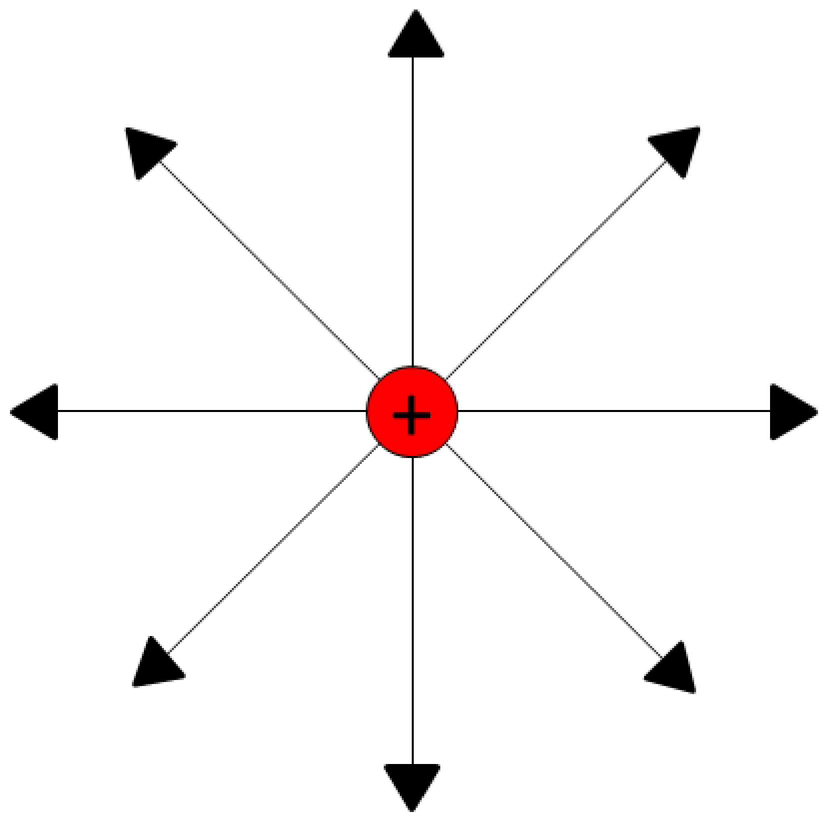
- Volumenelement
  - $dV = r^2 sin\theta\, dr \cdot d\theta \cdot d\varphi$

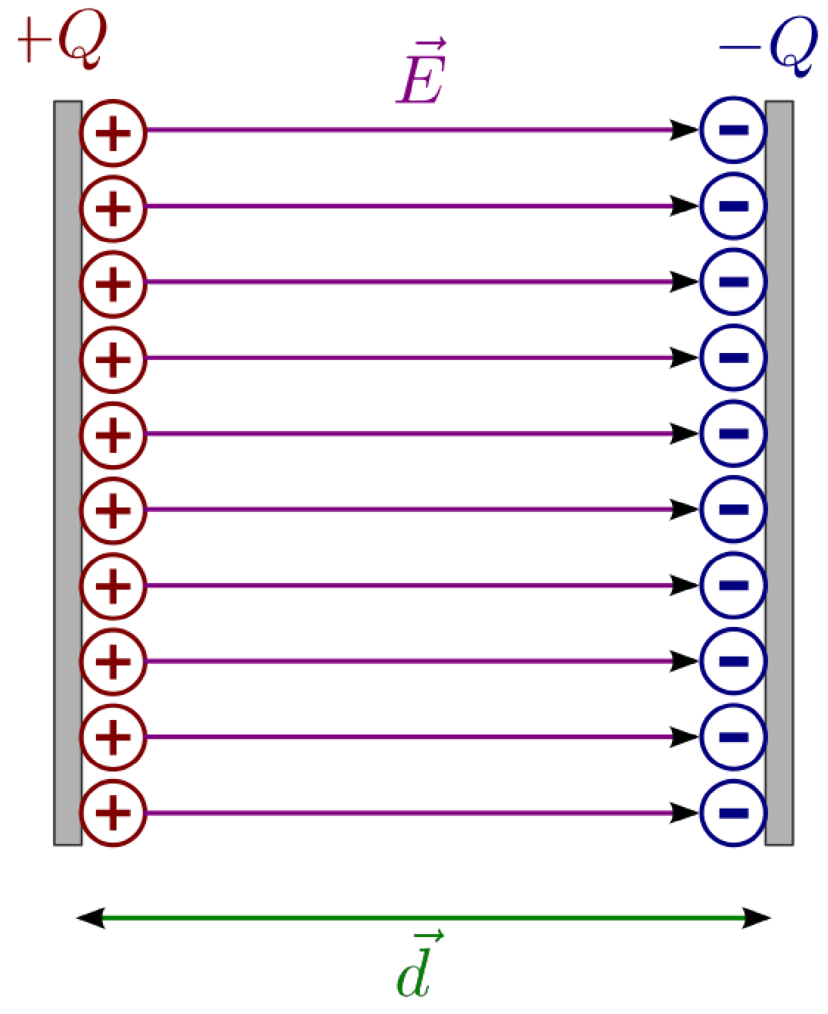


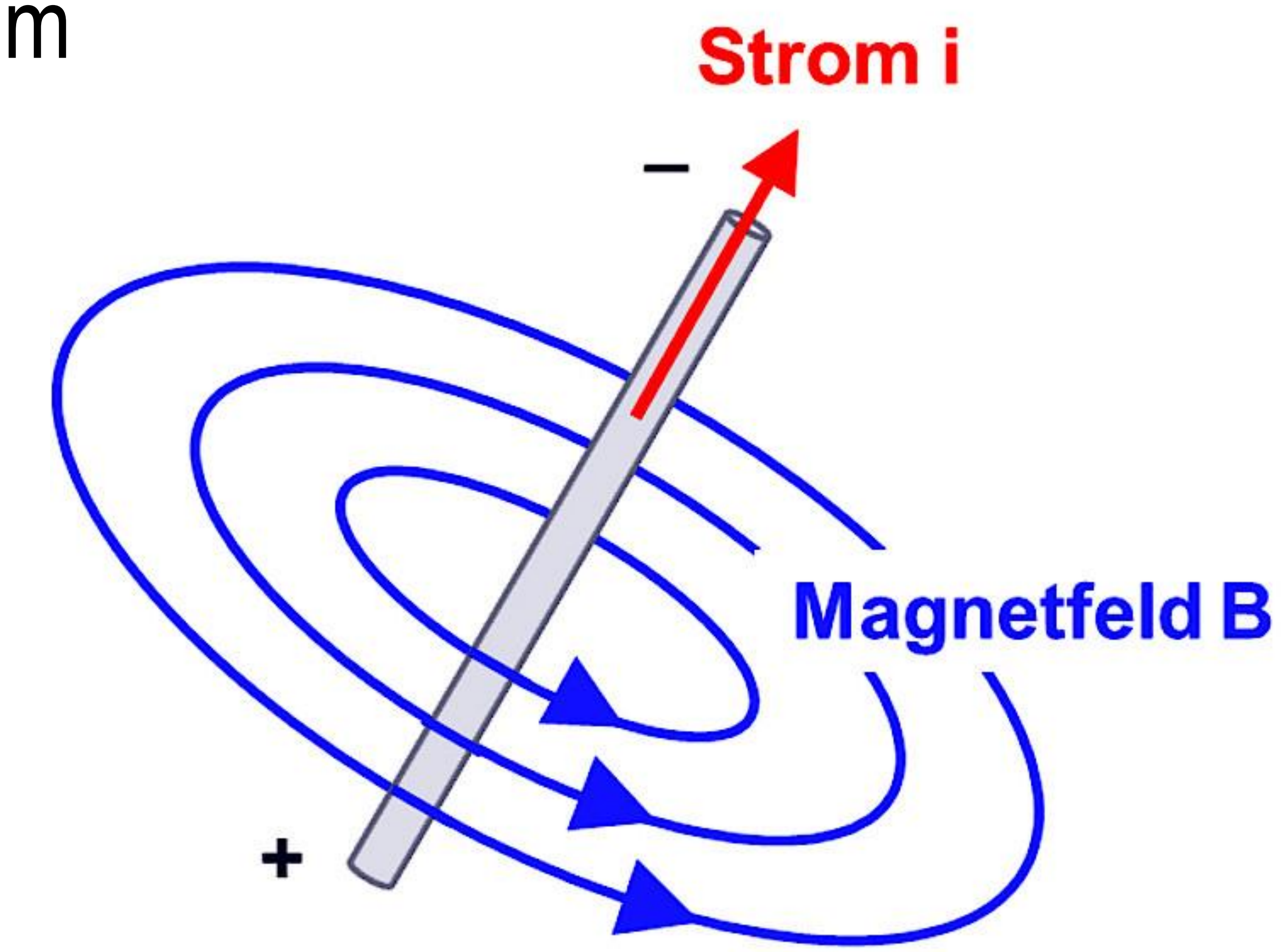
Wozu verschiedene Koordinatensysteme?

Ausnutzen der Geometrie zur Vereinfachung der Rechnung.

1. Welche Geometrie hat das coulombsche Gesetz?
2. Welche Geometrie passt am besten zum Plattenkondensator?
3. Welche Geometrie passt am besten zum stromdurchflossenen Draht?







Aufgabe 3

Rechnen Sie die Ladung in einem Zylinder, mit der Länge L und dem Radius R mit der Ladungsdichte $\frac{Az}{r}$.

Aufgabe 4

Rechnen Sie das Feld eines unendlich langen, homogen geladenen (λ pro Länge), dünnen Stabes.