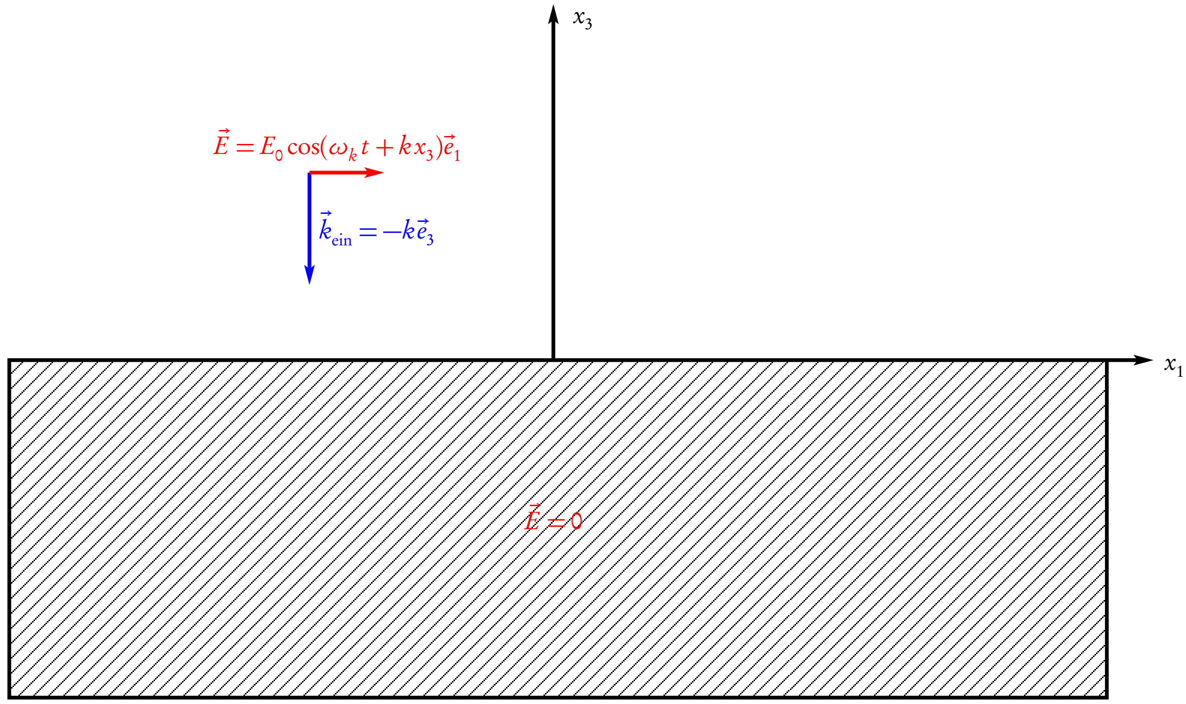
Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 8

Aufgabe 1: Lichtdruck

Ein idealer Spiegel kann als ein mit ideal leitendem Metall ($\sigma \to \infty$) gefüllter Halbraum modelliert werden. Sei dieser Halbraum durch $x_3 < 0$ definiert. Es falle eine elektromagnetische Welle senkrecht auf den Spiegel ein. Das entsprechende einlaufende elektrische Feld sei durch

$$\vec{E}_{\text{ein}} = E_0 \cos(\omega_k t + k x_3) \vec{e}_1 \tag{1}$$

gegeben. Dabei ist $k > 0$ die Wellenzahl und $\omega_k = ck$ die dazugehörige Kreisfrequenz.



(a) Bestimmen Sie aus den Maxwell-Gleichungen das zur einfallenden Welle gehörige Magnetfeld $\vec{B}$.

(b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Randbedingungen (Normalkomponente des Magnetfeldes $\vec{e}_3 \cdot \vec{B}$ stetig, Tangentialkomponente des elektrischen Feldes $\vec{e}_3 \times \vec{E}$ stetig) und der Forderung, dass im idealen Leiter, also für alle $x_3 < 0$, überall $\vec{E} = \vec{E}_{\text{ein}} + \vec{E}_{\text{refl}} = 0$ sein muss, die reflektierten Felder $\vec{E}_{\text{refl}}$ und $\vec{B}_{\text{refl}}$.

(c) Berechnen Sie mit Hilfe des Maxwellschen Spannungstensors den Lichtdruck auf die Spiegeloberfläche.

bitte wenden!

Aufgabe 2: Birkhoff-Theorem für die Elektrodynamik

Wir wollen beweisen, dass die einzige radialsymmetrische Lösung der freien Maxwell-Gleichungen (also keine Ladungen, $\rho = 0$, und keine Ströme $\vec{j} = 0$) das elektrostatische Coulomb-Feld ist.

Dabei nehmen wir an, für eine Kugel vom Radius $R > 0$ um den Koordinatenursprung $\rho = 0$ und $\vec{j} = \vec{0}$ ist, während im Inneren der Kugel beliebige Ladungs- und Stromverteilungen vorliegen mögen.

Hierbei bedeutet Radialsymmetrie bzgl. des Ursprungs unseres kartesischen Koordinatensystems im Bereich $r > R$, dass

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = f(t,r)\vec{r}, \quad \vec{B}(t,\vec{r}) = g(t,r)\vec{r} \quad \text{mit} \quad r = |\vec{r}| \tag{2}$$

ist. Verwenden Sie nun die Maxwell-Gleichungen mit $\rho = 0$ und $\vec{j} = 0$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0}, \tag{3}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \tag{4}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} - \epsilon_0 \mu_0 \partial_t \vec{E} = \mu_0 \vec{j}, \tag{5}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0}\rho, \tag{6}$$

um Differentialgleichungen für f_1 und f_2 aufzustellen und zeigen Sie, dass im ladungs- und stromfreien Bereich $r > R$ die einzige Lösung, für die $\vec{E} \to \vec{0}$ und $\vec{B} \to \vec{0}$ für $r \to \infty$

$$\vec{E}(t,\vec{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^3}\vec{r}, \quad \vec{B}(t,\vec{r}) = \vec{0}, \tag{7}$$

also das elektrostatische Coulomb-Feld einer Punktladung Q im Koordinatenursprung ist. Dabei ist Q die gesamte in der Kugel $r < R$ enhaltene Ladung.