H. van Hees **Sommersemester 2018**

Übungen zur Theoretischen Physik 2 für das Lehramt L3 – Blatt 11

Aufgabe 1: Fourier-Transformationen

Wir betrachten die Fourier-Transformation von Funktionen $f(t)$ zu Funktionen $\tilde{f}(\omega)$. Wir verwenden die folgende Konvention:

$$\tilde{f}(\omega) = \int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}t\, f(t) \exp(\mathrm{i}\omega t), \tag{1}$$

$$f(t) = \int_{\mathbb{R}} \frac{\mathrm{d}\omega}{2\pi} \tilde{f}(\omega) \exp(-\mathrm{i}\omega t). \tag{2}$$

Berechnen Sie die Fourier-Transformierten $\tilde{f}(\omega)$ von folgenden Funktionen

(a) $f(t) = \exp(-|t|)$

(b) Für $T > 0$

$$f(t) = \begin{cases} 1 & \text{für} \quad t \in (-T/2, T/2) \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases} \tag{3}$$

(c) Bestätigen Sie mit Hilfe der Umkehrtransformationsformel (2) für das Resultat der vorigen Aufgabe, dass für $T > 0$

$$\int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}\omega \frac{\sin(\omega T/2)}{\omega} = \pi. \tag{4}$$

(d)

$$f(t) = \begin{cases} (1-|t|)/2 & \text{für} \quad |t| \leq 1, \\ 0 & \text{für} \quad |t| > 1. \end{cases} \tag{5}$$

(e) Bestätigen Sie mit Hilfe der Umkehrtransformationsformel (2) für das Resultat der vorigen Aufgabe, dass

$$\int_{\mathbb{R}} \mathrm{d}\omega \left(\frac{\sin\omega}{\omega}\right)^2 = \pi. \tag{6}$$