

## Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 5

---

### Aufgabe 1: Hyperbelfunktionen

Die Hyperbelfunktionen sind wichtige Hilfsmittel beim Lösen von Integralen und Differentialgleichungen. Sie sind definiert durch

$$\cosh x = \frac{1}{2}[\exp x + \exp(-x)], \quad \sinh x = \frac{1}{2}[\exp x - \exp(-x)], \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}. \quad (1)$$

- Was sind die Definitions- und Wertebereiche der Funktionen (für  $x \in \mathbb{R}$ )?
- Berechnen Sie die Ableitungen der drei Hyperbelfunktionen.
- Zeigen Sie durch direkte Anwendung der Definitionen für  $\cosh$  und  $\sinh$  die wichtige Beziehung

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1. \quad (2)$$

- Skizzieren Sie die Graphen der Funktionen (gern auch mit Hilfe eines graphischen Taschenrechners, Smartphone- oder Computerprogramms, z.B. Geogebra).
- 

### Aufgabe 2: Satellit auf Kreisbahn

Wie lautet das effektive Potenzial  $V_{\text{eff}}$  für die Bahn eines Erdsatelliten mit der Masse  $m$ ? Dabei darf von der Näherung Gebrauch gemacht werden, dass die Erde als festes Zentrum behandelt werden darf, d.h.  $m \ll m_{\text{Erde}}$ .

Gehen Sie vom Energieerhaltungssatz

$$E = m\dot{r}^2/2 + V_{\text{eff}}(r) \quad (3)$$

mit diesem Potential aus. Bestimmen Sie den Radius  $r_0$  der Kreisbahn als Funktion der Umlauffrequenz  $\omega$  des Satelliten. Welcher Radius ergibt sich für eine geostationäre Bahn, d.h. eine Bahn, für die der Satellit stets über demselben Punkt der Erde steht?

Die Gravitationskonstante ist  $\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  und die Erdmasse  $m_{\text{Erde}} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ .

**Hinweis:** Es ist dabei hilfreich, dass man durch Ableiten von (3) nach der Zeit die effektive Bewegungsgleichung für  $r$

$$m\ddot{r} = -\frac{d}{dr}V_{\text{eff}}(r) \quad (4)$$

erhält (*warum?*).

**Hinweis:** Alle Resultate der Vorlesung (Skript Abschnitt 2.8) dürfen ohne Beweis verwendet werden!

---

Homepage zu Vorlesung und Übungen:

<https://th.physik.uni-frankfurt.de/~hees/theo1-13-WS1920/index.html>