# Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 8

## Aufgabe 1: Komplexe Zahlen

(a) Seien $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Verwenden Sie die Eulersche Formel

$$\exp(\mathrm{i}\varphi) = \cos\varphi + \mathrm{i}\sin\varphi \quad \text{für} \quad \varphi \in \mathbb{R}, \tag{1}$$

um die Additionstheoreme für die trigonometrischen Funktionen

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\beta\sin\alpha, \quad \sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha \tag{2}$$

zu zeigen. Verwenden Sie dazu (1) zusammen mit der Formel

$$\exp z_1 \exp z_2 = \exp(z_1 + z_2), \quad z_1, z_2 \in \mathbb{C}. \tag{3}$$

(b) Rechnen Sie $z_1 = 3 + 4\mathrm{i}$ und $z_2 = 1 - \mathrm{i}$ in die Polarform um, d.h. finden Sie Betrag und Argumente dieser Zahlen, entsprechend $z = |z|\exp(\mathrm{i}\varphi)$.

(c) Betrachten Sie $z = x + \mathrm{i}y$ als eine Möglichkeit, den Vektor $\underline{r} = (x, y)^{\mathrm{T}}$ in der komplexen (Gaußschen) Zahlenebene darzustellen. Welche Geometrische Bedeutung hat die Transformation

$$z' = \exp(\mathrm{i}\alpha)z, \quad z \in \mathbb{C}, \quad \alpha \in \mathbb{R}. \tag{4}$$

**Tip:** Verwenden Sie die Polardarstellung von $z$, also $z = |z|\exp(\mathrm{i}\varphi)$.

## Aufgabe 2: Teilchen im homogenen Magnetfeld

Wie im nächsten Semester ausführlich erklärt wird, wirkt auf ein Teilchen der Masse $m$ mit der elektrischen Ladung $q$ in einem Magnetfeld $\vec{B}$ die Lorentz-Kraft $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$. Dabei ist $\vec{v} = \dot{\vec{r}}$ die Geschwindigkeit des Teilchens. Im Folgen sei $\vec{B} = B\vec{e}_3 = \text{const}$.

(a) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung für die Geschwindigkeitskomponenten

$$m \begin{pmatrix} \dot{v}_1(t) \\ \dot{v}_2(t) \\ \dot{v}_3(t) \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} Bv_2(t) \\ -Bv_1(t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{5}$$

lautet.

(b) Was bedeutet dies für $v_3(t)$?

(c) Betrachten Sie $V(t) = v_1(t) + \mathrm{i}v_2(t)$ und Stellen Sie mit Hilfe der Bewegungsgleichung (5) eine Differentialgleichung für $V(t)$ auf und lösen Sie diese. Bestimmen Sie aus der Lösung wiederum die Komponenten $v_1(t)$ und $v_2(t)$ und prüfen Sie nach, dass damit die Bewegungsgleichung (5) gelöst wird.

(d) Berechnen Sie nun auch die Bahnkurve $\underline{r}(t)$.

(e) Welche Bahnkurve ergibt sich, wenn $\underline{v}(0) = \underline{v}_0 = (v_{10}, 0, 0)$ ist?