

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 8**Aufgabe 1 [10 Punkte]: Rechentechnik-Review (Analysis 1 und komplexe Zahlen)**

(a) Zerlegen Sie die folgenden komplexen Zahlen jeweils in Real- und Imaginärteil $z = x + iy$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ und rechnen Sie sie in die Polardarstellung $z = r \exp(i\varphi)$, $r > 0$, $\varphi \in]-\pi, \pi]$ um

- $z = (1 + 3i)(5 - 2i)$,
- $z = (1 - 3i)/(1 + 2i)$,
- $z = -5 \exp(i\pi/6)$.

(b) Berechnen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen $f : D \rightarrow \mathbb{C}$ mit $D \subseteq \mathbb{R}$

- $f(x) = x^3 \exp(-2x)$,
- $f(x) = 1/(x^2 + 1)^{3/2}$,
- $f(x) = x^3 (\ln x)^5$.

(c) Finden Sie eine Stammfunktion $F(x)$ folgender Funktionen

- $f(x) = x \exp(-2x)$,
- $f(x) = (\ln x)/x$,
- $f(x) = x/(1 + x^2)$,
- $f(x) = \sqrt{1 - x^2}$ (Hinweis: Substituieren Sie $x = \sin \phi$).

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Harmonischer Oszillator mit nichtharmonischer äußerer Kraft

Ein ungedämpfter harmonischer Oszillator der Eigenfrequenz $\omega_0 = \sqrt{D/m}$ wird für $t > 0$ mit einer äußeren Kraft

$$F(t) = mA \exp(-t/\tau), \quad \tau > 0 \quad (1)$$

angetrieben. Die Bewegungsgleichung lautet also (nach Kürzen durch m)

$$\ddot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = A \exp(-t/\tau) \quad (2)$$

Finden Sie die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung.