H. van Hees **Sommersemester 2020**

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 2

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Quadratische und lineare Gleichungen

Wir betrachten die Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$.

(a) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion.

(b) Bilden Sie die Ableitung der Funktion.

(c) Berechnen Sie die Nullstellen der Ableitung.

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Binomische Formel und Leibnizsche Produktformel für Ableitungen

(a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ und alle $n \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \ldots\}$

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \tag{1}$$

gilt. Dabei ist

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n, \quad 0! = 1. \tag{2}$$

(b) Seien f und g in einem gemeinsamen Definitionsbereich D definierte n-mal differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass dann

$$[f(x)g(x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x) \tag{3}$$

für alle $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ gilt. Dabei ist $f^{(k)}(x)$ die k-te Ableitung der Funktion f.