H. van Hees **Sommersemester 2019**

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 1

Schul-Mathe-Test

Ziel dieses Mathe-Tests ist es, dass wir (Dozent und Tutoren) Ihre Vorkenntnisse in der Schulmathematik besser einschätzen können. Der Test wird *nicht* in irgendeiner Form bewertet. Bitte geben Sie daher Ihre Lösungen am Ende der Übungen unbedingt bei Ihrem Tutor ab. Sie müssen Ihren Namen nur angeben, wenn Sie die korrigierten Aufgaben zurück haben wollen!

Aufgabe 1: Kurvendiskussion (Ableitungen von Funktionen usw.)

Gegeben ist die reelle Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}. \tag{1}$$

(a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion $D \subseteq \mathbb{R}$.

(b) Bestimmen Sie Nullstellen sowie singuläre Stellen der Funktion und den Schnittpunkt des Graphen der Funktion $y = f(x)$ mit der y-Achse.

(c) Wie verhält sich die Funktion im Limes $x \to \pm\infty$?

(d) Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen (Maxima und Minima)!

(e) Sizzieren Sie die Funktion.

Aufgabe 2: Geometrie und Extremwert

Welche Abmessungen muss eine Konservendose in Form eines geraden Kreiszylinders (Radius R und Höhe h) mit einem Volumen $V = 1\,\mathrm{l} = 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ besitzen, damit zu ihrer Herstellung möglichst wenig Blech verbraucht wird (d.h. für welche Abmessungen wird die Oberfläche des Zylinders minimal)?

Aufgabe 3: Integralrechnung

Bestimmen Sie die Stammfunktionen folgender Funktionen

(a) $f(x) = 3x^2 + 7x + 1$

(b) $f(x) = x/\sqrt{x^2+1}$ (Tip: Substituieren Sie $y = x^2$)

(c) $f(x) = \sin x \cos x$ (Tip: Substituieren Sie $y = \sin x$)

Aufgabe 4: Integral zur Flächenberechnung

Ein Halbkreis mit Radius R in der x-y-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems ist durch $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ ($x \in [-R, R]$) gegeben. Bestimmen Sie mit Hilfe des entsprechenden Integrals die Fläche des Halbkreises. Tip: Substituieren Sie $x = R\cos\phi$. Dann können Sie

$$\int \mathrm{d}\phi \sin^2\phi = \frac{\phi}{2} - \frac{\sin(2\phi)}{4} \tag{2}$$

ohne Beweis verwenden.

---

bitte wenden!

Aufgabe 5: Gleichförmige Kreisbewegung

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit Radius R in der x_1-x_2-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems. Die Bewegung ist dann durch

$$\overline{r} = \begin{pmatrix} R\cos(\omega t) \\ R\sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

gegeben. Dabei sind der Radius des Kreises R und die Winkelgeschwindigkeit ω zeitlich konstant.

(a) Berechnen Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung (Vektoren!) und deren Beträge.

(b) Welche Kraft (Vektor!) müssen Sie auf das Teilchen ausüben, damit es diese Kreisbewegung ausführt?