

Vorkurs Mathematik für Physiker und Materialwissenschaftler
Blatt 1 (27.09.2010)

Hinweis: Zu dieser Veranstaltung gibt es eine Webseite, von der Sie sich diese Aufgabenblätter sowie das Kurz-Skript herunterladen können:

<http://theorie.physik.uni-giessen.de/~hees/mathe-vorkurs10/index.html>

1. Seien $z_1 = x_1 + iy_1$ und $z_2 = x_2 + iy_2$ ($x_i, y_i \in \mathbb{R}$).

Bestimmen Sie z_1^* , $z_1 + z_2$, $z_1 - z_2$, $z_1 \cdot z_2$, z_1/z_2 sowie $\operatorname{Re}(z_1/z_2)$ und $\operatorname{Im}(z_1/z_2)$.

2. Zeigen Sie: $|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.

3. Zeichnen Sie die folgenden komplexen Zahlen z_i und z_i^* in die komplexe Zahlenebene ein:

$$z_1 = -1 - i, \quad z_2 = 3 + 2i, \quad z_3 = \frac{1}{2}i, \quad z_4 = -2.$$

4. Berechnen/vereinfachen Sie die folgenden komplexen Zahlen ($n \in \mathbb{N}$):

$$(-i)^{4n}, \quad (-i)^{4n+1}, \quad (-i)^{4n+2}, \quad (-i)^{-17}$$

5. Addieren, Multiplizieren und Dividieren Sie die folgenden Paare von komplexen Brüchen und geben Sie Betrag, Real- und Imaginärteil des Ergebnisses an:

(a) $\frac{1+2i}{3+4i}, \quad \frac{5+6i}{7+8i}$

(b) $\frac{2-5i}{1+4i}, \quad \frac{6+2i}{9+8i}$

(c) $\frac{a+bi}{a-bi}, \quad \frac{b+ai}{b-ai}$ mit $a, b \in \mathbb{R}$.

6. Wie lauten alle komplexen Lösungen der Gleichungen $z^2 + z + 1 = 0$ und $z^8 = -1$?

7. Berechnen Sie die Polardarstellung der folgenden komplexen Zahlen: $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = 3$, $z_3 = -17i$, $z_4 = -4 + 3i$, $z_5 = 1 + \sqrt{3}i$.

8. Berechnen Sie die Quadratwurzeln der komplexen Zahlen $z_1 = 30 + 40i$, $z_2 = -9 + 12i$ in der Polardarstellung.

9. Gegeben seien die beiden komplexen 2×2 -Matrizen A und B .

$$A = \begin{pmatrix} i & 1-i \\ 3+2i & 2i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4+2i & -2i \\ 2 & 2+i \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie: A^* , AB , BA^* sowie den Kommutator $AB - BA$.