H. van Hees **Wintersemester 2026/2027**

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 4

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Integration durch Substitution

Berechnen Sie die folgenden Integrale durch geeignete Anwendung der Substitutionsregel:

(a) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x (2x-1)\exp(x^2-x)$

(b) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x \ln x/x$

(c) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x 1/\sqrt{x^2+1}$, **Tip:** Substuieren Sie $x = \sinh u$

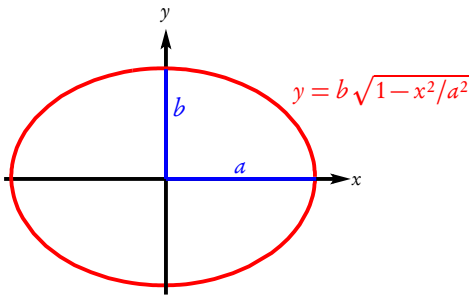
(d) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x \tan x$

(e) **(2 Punkte)** Die obere Halbellipse mit Hauptachsen $a > 0$ und $b > 0$ ist durch

$$y = b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} \tag{1}$$

mit $x \in [-a,a]$ gegeben. Berechnen Sie den Flächeninhalt der Ellipse.

Tip: Substituieren Sie $x = a\cos\varphi$.



Aufgabe 2 [10 Punkte]: Integration durch partielle Integration

Berechnen Sie die folgenden Integrale mit Hilfe der partiellen Integration

(a) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x x \sin x$

(b) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x x \exp x$

(c) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x x^n \ln x$ mit $n \in \mathbb{N}$

(d) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x \ln x$, **Tip:** Schreiben Sie den Integranden als $1\cdot\ln x$ und wenden Sie die offensichtlich einfachste Wahl für u' und v bei der partiellen Integration an.

(e) **(2 Punkte)** $\int \mathrm{d}x \sin x \exp x$