H. van Hees **Wintersemester 2026/2027**

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 3

Aufgabe 1 [6 Punkte]: Berechnen von Ableitungen

Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen $f : D \to \mathbb{R}$ den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ und berechnen Sie deren Ableitungen.

(a) $f(x) = (x^2)^{-1/3}$, [2 Punkte]

(b) $f(x) = (x^4 - 1)/(x^2 - 1)$, [2 Punkte]

(c) $f(x) = \arctan(x^2)$. [2 Punkte]

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Hyperbelfunktionen

Die Hyperbelfunktionen sind durch

$$\sinh x = \frac{\exp x - \exp(-x)}{2}, \quad \cosh x = \frac{\exp x + \exp(-x)}{2}, \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \tag{1}$$

definiert. Sie heißen „sinus hyperbolicus“, „cosinus hyperbolicus“ und „tangens hyperbolicus“.

(a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ der drei Hyperbelfunktionen und berechnen Sie deren Ableitungen. [2 Punkte]

(b) Zeigen Sie, dass

$$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1 \tag{2}$$

gilt. [2 Punkte]

(c) Die Umkehrfunktionen der Hyperbelfunktionen heißen arcosh, arsinh und artanh. Dabei ist arcosh : $[1, \infty] \to [0, \infty]$. Berechnen Sie die Ableitungen mit Hilfe der Formel von der Ableitung der Umkehrfunktion. [3 Punkte]

(d) Drücken Sie arsinh, arcosh und artanh mit Hilfe des ln aus und bestätigen Sie die in der vorigen Teilaufgabe gefundenen Ableitungsformeln. [3 Punkte]