

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 8

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Vektoralgebra in der Ebene

Gegeben seien die drei Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} in der x - y -Ebene bzgl. einer kartesischen Basis: $\vec{a} = (1, 2)^T$, $\vec{b} = (3, 0)^T$, $\vec{c} = (-1, 1)^T$.

- [2 Punkte] Zeichnen Sie die drei Vektoren in ein Koordinatensystem.
 - [1 Punkte] Bestimmen Sie den Betrag der drei Vektoren.
 - [2 Punkte] Berechnen und zeichnen Sie die Vektoren $(-\vec{a})$, $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ und $2\vec{a} - \vec{b}$.
 - [1 Punkt] Wie lautet der Einheitsvektor \vec{e}_c in Richtung des Vektors \vec{c} ?
 - [2 Punkte] Bestimmen Sie jeweils die Projektion der Vektoren \vec{a} , \vec{b} und $\vec{a} + \vec{b}$ auf den Einheitsvektor \vec{e}_c .
 - [2 Punkte] Bestimmen Sie die reellen Zahlen α und β derart, dass $\alpha\vec{a} + \beta\vec{b} = \vec{c}$.
-

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Winkel im Skalarprodukt

- [3 Punkte] Was bedeutet $2(\vec{a} \cdot \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$ für den Winkel zwischen den beiden Vektoren?
- [4 Punkte] Beweisen Sie mit Hilfe des Skalarprodukts den Cosinus-Satz der ebenen Geometrie, nach dem in einem Dreieck mit den Seitenlängen a , b und c gilt: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$, wobei γ den Gegenwinkel der Seite c bezeichnet.
- [3 Punkte] Warum gilt für den Betrag des Skalarprodukts die Cauchy-Schwarzsche Ungleichung: $|(\vec{a} \cdot \vec{b})| \leq |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$?