

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 1

Aufgabe 1 [10 Punkte]: Quadratische und lineare Gleichungen

Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = 3x^2 - 12x - 15$.

- (a) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion.
- (b) (3 Punkte) Bilden Sie die Ableitung der Funktion.
- (c) (3 Punkte) Berechnen Sie die Nullstellen der Ableitung.

Aufgabe 2 [10 Punkte]: Binomische Formel und Leibnizsche Produktformel für Ableitungen

- (a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion, dass für alle $a, b \in \mathbb{R}$ und alle $n \in \mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, \dots\}$

$$(a + b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k} \quad (1)$$

gilt. Dabei ist

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots n, \quad 0! = 1. \quad (2)$$

- (b) Seien f und g in einem gemeinsamen Definitionsbereich D definierte n -mal differenzierbare Funktionen. Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass dann

$$[f(x)g(x)]^{(n)} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x) \quad (3)$$

für alle $n \in \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$ gilt. Dabei ist $f^{(k)}(x)$ die k -te Ableitung der Funktion f .