H. van Hees **Wintersemester 2025/2026**

Mathematische Methoden der Physik für das Lehramt L3 – Blatt 1

Schul-Mathe-Test

Ziel dieses Mathe-Tests ist es, dass wir (Dozent und Tutoren) Ihre Vorkenntnisse in der Schulmathematik besser einschätzen können. Der Test wird *nicht* in irgendeiner Form bewertet!

Aufgabe 1: Kurvendiskussion (Ableitungen von Funktionen usw.)

Gegeben ist die reelle Funktion

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1}. \tag{1}$$

(a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich der Funktion $D \subseteq \mathbb{R}$.

(b) Bestimmen Sie Nullstellen sowie singuläre Stellen der Funktion und den Schnittpunkt des Graphen der Funktion $y = f(x)$ mit der y-Achse.

(c) Wie verhält sich die Funktion im Limes $x \to \pm\infty$?

(d) Bestimmen Sie die lokalen Extremstellen (Maxima und Minima)!

(e) Sizzieren Sie die Funktion.

Aufgabe 2: Geometrie und Extremwert

Welche Abmessungen muss eine Konservendose in Form eines geraden Kreiszylinders (Radius R und Höhe h) mit einem Volumen $V = 1\,\mathrm{l} = 10^{-3}\,\mathrm{m}^3$ besitzen, damit zu ihrer Herstellung möglichst wenig Blech verbraucht wird (d.h. für welche Abmessungen wird die Oberfläche des Zylinders minimal)?

Aufgabe 3: Integralrechnung

Bestimmen Sie die Stammfunktionen folgender Funktionen

(a) $f(x) = 3x^2 + 7x + 1$

(b) $f(x) = x/\sqrt{x^2+1}$ (Tip: Substituieren Sie $y = x^2$)

(c) $f(x) = \sin x \cos x$ (Tip: Substituieren Sie $y = \sin x$)

Aufgabe 4: Integral zur Flächenberechnung

Ein Halbkreis mit Radius R in der x-y-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems ist durch $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ ($x \in [-R, R]$) gegeben. Bestimmen Sie mit Hilfe des entsprechenden Integrals die Fläche des Halbkreises. Tip: Substituieren Sie $x = R\cos\phi$. Dann können Sie

$$\int \mathrm{d}\phi \sin^2\phi = \frac{\phi}{2} - \frac{\sin(2\phi)}{4} \tag{2}$$

ohne Beweis verwenden.

---

bitte wenden!

Aufgabe 5: Gleichförmige Kreisbewegung

Ein Massenpunkt der Masse m bewege sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω auf einem Kreis mit Radius R in der x_1-x_2-Ebene eines kartesischen Koordinatensystems. Die Bewegung ist dann durch den Ortsvektor

$$\underline{r} = \begin{pmatrix} R\cos(\omega t) \\ R\sin(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3}$$

gegeben. Dabei sind der Radius des Kreises R und die Winkelgeschwindigkeit ω zeitlich konstant.

(a) Berechnen Sie Geschwindigkeit und Beschleunigung (Vektoren!) und deren Beträge.

Hinweis: Geschwindigkeit und Beschleunigung sind die 1. bzw. 2. Ableitung des Ortsvektors:

$$\underline{v}(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{r}(t) = \dot{\underline{r}}(t), \quad \underline{a}(t) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\underline{v}(t) = \dot{\underline{v}}(t) = \frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}t^2}\underline{r}(t) = \ddot{\underline{r}}(t). \tag{4}$$

(b) Welche Kraft (Vektor!) müssen Sie auf das Teilchen ausüben, damit es diese Kreisbewegung ausführt?