

Lösungen zu Blatt 9

①

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & : & 6 \\ 3 & -4 & -3 & : & 8 \\ -3 & 6 & 8 & : & -5 \end{pmatrix} \begin{matrix} \uparrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{II} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & : & 6 \\ 3 & -4 & -3 & : & 8 \\ 0 & 2 & 5 & : & 3 \end{pmatrix} \rightarrow \cdot (-3)$$

$$\xrightarrow{III} \begin{pmatrix} -3 & 9 & 6 & : & -18 \\ 3 & -4 & -3 & : & 8 \\ 0 & 2 & 5 & : & 3 \end{pmatrix} \left. \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \right\} +$$

$$\xrightarrow{III} \begin{pmatrix} -3 & 9 & 6 & : & -18 \\ 0 & 5 & 3 & : & -10 \\ 0 & 2 & 5 & : & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \rightarrow (: \cdot -3) \\ \rightarrow (+2) \\ \rightarrow (\cdot 5) \end{matrix}$$

$$\xrightarrow{III} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & : & 6 \\ 0 & -10 & -6 & : & 20 \\ 0 & 10 & 25 & : & 15 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \left. \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \right\} (+2)$$

$$\xrightarrow{III} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & : & 6 \\ 0 & 5 & 3 & : & -10 \\ 0 & 0 & 19 & : & 35 \end{pmatrix} \rightarrow (: \cdot 19)$$

$$\xrightarrow{III} \begin{pmatrix} 1 & -3 & -2 & : & 6 \\ 0 & 5 & 3 & : & -10 \\ 0 & 0 & 1 & : & 35/19 \end{pmatrix} \left. \begin{matrix} \leftarrow \\ \leftarrow \end{matrix} \right\} \begin{matrix} (-3 \dots +) \\ (+2 \dots +) \end{matrix}$$

(2)

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & 184/19 \\ 0 & 5 & 0 & -295/19 \\ 0 & 0 & 1 & 35/19 \end{array} \right) \rightarrow :5$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 0 & 184/19 \\ 0 & 1 & 0 & -59/19 \\ 0 & 0 & 1 & 35/19 \end{array} \right) \left[\begin{array}{l} +3 \\ \end{array} \right]$$

$$\Rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 7/19 \\ 0 & 1 & 0 & -59/19 \\ 0 & 0 & 1 & 35/19 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \text{Lösung: } \underline{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \frac{1}{19} \begin{pmatrix} 7 \\ -59 \\ 35 \end{pmatrix}$$

②

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -4 & : & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 5 & : & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 7 & -3 & : & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow \\ +2 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -4 & : & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 5 & : & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & : & 0 & 2 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow \\ + \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -4 & : & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & : & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 7 & : & 0 & 2 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \uparrow \\ -5 \\ \downarrow \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -4 & : & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & : & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & : & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ -\frac{1}{2} \\ \downarrow \end{array}$$

~~$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -4 & : & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & : & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & : & -5 & -3 & 1 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ -\frac{1}{2} \\ \downarrow \end{array}$$~~

④

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -4 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 7/2 & 5/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -5/2 & -3/2 & 1/2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ \downarrow -2 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -4 & -6 & -5 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 7/2 & 5/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -5/2 & -3/2 & 1/2 \end{array} \right) \begin{array}{l} \leftarrow \\ \downarrow +4 \end{array}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -16 & -11 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 7/2 & 5/2 & -1/2 \\ 0 & 0 & 1 & -5/2 & -3/2 & 1/2 \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -16 & -11 & 3 \\ 7/2 & 5/2 & -1/2 \\ -5/2 & -3/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$