Warum ist der Himmel blau?

Michael Hartwig

13. Januar 2007

Als Erwachsener hat man es oft schon verlernt, naive, kindliche Fragen zu stellen. Dabei gehört eine Frage wie: „Warum ist der Himmel blau?" keinesfalls nur ins „Kinderreich". Oft zeigt es sich, daß gerade die naiven Frage nicht einfach zu beantworten sind. Warum ist also der Himmel blau?

Nun, offensichtlich ist das Licht, das von der Sonne kommt, nicht blau. Irgendetwas muß also mit dem einfallenden Licht in der Atmosphäre passieren, so daß der Himmel blau erscheint. Bei der Gelegenheit können wir natürlich auch gleich die Frage stellen: „Warum ist der Sonnenaufgang bzw. -untergang rot?"

Eine gängige Methode in der Physik ist, ein Problem so weit wie möglich zu vereinfachen und dann zu sehen, wie weit man damit kommt. Dies wollen wir im folgenden ebenso handhaben. Denken wir uns also eine ideale Atmosphäre, frei von Staub, Dreck und anderen ungebetenen Gästen. Die Atmosphäre ist ein Gemisch aus verschiedenen Gasen, hauptsächlich aber aus Stickstoff, so daß wir uns am besten gleich eine reine Stickstoffatmosphäre denken.

Das Stickstoffmolekül ist sicher kleiner als die Lichtwellenlänge λ. Trifft nun die Welle auf das Molekül, beeinflußt dies die Elektronen im Molekül – sie werden gewissermaßen hin- und hergeschüttelt. Die Welle wird dadurch gestreut. Es entsteht ein Dipolmoment $\vec{p}$, das mit dem ω der Welle schwingt. Ein Dipol ist ein Paar sehr benachbarter Ladungen. Bringt man einen Dipol in ein elektrisches Feld, so versucht dieser, sich entsprechend des Feldes auszurichten, es entsteht ein Drehmoment. Wenn $\vec{r}$ der Abstand der Ladungen $+Q$ und $-Q$ ist, dann ist $\vec{p} = e\vec{r}$ das Dipolmoment.

Die Ladungen im Molekül werden getrennt und erzeugen ein Gegenfeld, das das $\vec{E}$–Feld der Welle ganz oder fast auslöscht. Man sagt, das Molekül wird polarisiert. Die Polarisierbarkeit eines Moleküls ist frequenzabhängig. Um dies zu zeigen, benutzen wir wieder ein möglichst einfaches Beispiel: Ein Elektron ist elastisch an einen Atomkern gebunden und führt mit der Frequenz ω_0 eine gedämpfte harmonische Schwingung aus. Dieses Modell beschreiben wir durch die Differentialgleichung eines harmonischen Oszillators

$$m\left(\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{r}}{dt} + \omega_0^2\vec{r}\right) = e\left(\vec{E} + \frac{\vec{v}}{c} \times \vec{B}\right) \tag{1}$$

Die rechte Seite der Gleichung ist die Lorentzkraft, die hier eingesetzt werden muß, weil sich unser Teilchen ja in einem elektromagnetischen Feld befindet.

Wenn wir die Gleichung für das Dipolmoment einsetzen, erhält man

$$m\left(\frac{d^2\vec{p}}{dt^2} + \gamma\frac{d\vec{p}}{dt} + \omega_0^2\vec{p}\right) = e^2\vec{E} \tag{2}$$

Außerdem haben wir ausgenutzt, daß $\vec{v} \ll \vec{c}$ ist, daß also der Einfluß des Magnetfeldes vernachlässigbar ist.

Die Differentialgleichung wird (ohne Beweis) gelöst durch

$$\vec{p}_0 = \frac{e^2}{m} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\gamma\omega} \vec{E}_0 = \alpha(\omega)\vec{E}_0 \tag{3}$$

Die Polarisierbarkeit ist also frequenzabhängig.

Kommen wir nun zu unserem eigentlichem Problem zurück. Das elektrische Feld $\vec{E}(t) = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ des einfallenden Lichts induziert im Stickstoffmolekül ein Dipolmoment

$$\vec{p}(t) = \alpha\vec{E}(t) = \alpha\vec{E}_0 e^{-i\omega t} = \vec{p}_0 e^{-i\omega t}. \tag{4}$$

Dabei wurde Gleichung (1) ausgenutzt.

Der Energiefluß des einfallenden Lichtes ist $\frac{cE_0^2}{8\pi}$, die gestreute Energie pro Zeit ist $\frac{1}{3}ck^4p_0^2$ (Die Energieflußdichte über eine Kugelfläche ist $E = \frac{\omega^4 p_0^2 \cdot T}{3c^3 T}$. Nun definiert man einen Streuquerschnitt σ, also die gestreute Energie pro Zeiteinheit/einfallender Energiefluß:

$$\sigma = \frac{\frac{c}{3}k^4 p_o^2}{\frac{c}{8\pi}E_0^2} = \frac{8\pi}{3}k^4\alpha^2 = \frac{4(2\pi)^5\alpha^2}{3\lambda^4} \tag{5}$$

Im Grenzfall sehr hoher Frequenzen führt dieser Wirkungsquerschnitt zur Thomsonstreuung. Für kleine Frequenzen ergibt sich die Rayleighstreuung.

Die Polarisierbarkeit von Stickstoff ist etwa gleich der einer leitenden Kugel vom Radius $1.2\ \text{Å} = 1.2 \cdot 10^{-8}$ cm.

$$\alpha = a^3 = 1.7 \cdot 10^{-24}\text{cm}^3 \tag{6}$$

Rotes Licht hat die Wellenlänge $\lambda_{\text{rot}} \approx 6500\ \text{Å} = 6.5 \cdot 10^{-5}$ cm. Damit wird der Streuquerschnitt zu

$$\sigma_{\text{rot}} = \frac{4(2\pi)^5}{3} \frac{(1.7 \cdot 10^{-24})^2}{(6.5 \cdot 10^{-5})^4}\,\text{cm}^2 = 2.1 \cdot 10^{-27}\,\text{cm}^2 \tag{7}$$

Die Anzahl der Moleküle auf Meereshöhe ist

$$n = 2,7 \cdot 10^{19}\,\text{cm}^{-3} \tag{8}$$

Rotes Licht legt daher

$$L_{\text{rot}} = \frac{1}{n\sigma} = 1.8 \cdot 10^7\,\text{cm} = 180\ \text{km} \tag{9}$$

zurück, ohne daß es gestreut wird.

Im Gegensatz dazu hat blaues Licht die Wellenlänge

$$\lambda_{\text{blau}} \approx 4700\ \text{Å} = 4.7 \cdot 10^{-5}\,\text{cm} \tag{10}$$

Der mittlere Weg ohne Streuung ist daher

$$L_{blau} = 180\ \text{km} \left(\frac{4700}{6500}\right)^4 = 49\ \text{km}. \tag{11}$$

Damit haben wir das Problem gelöst: Der Himmel ist blau, weil das Sonnenlicht in der Atmosphäre gestreut wird. Blaues Licht hat eine kleiner mittlere freie Weglänge (49 km) als das rote Licht (180 km). Der Streuprozeß ist also für das blaue Licht effektiver als für das rote.

Der Sonnenaufgang bzw. -untergang sind rot, da das Licht nun einen weiteren Weg durch dichtere Gebiete der Atmosphäre zurücklegen muß. Das blaue Licht wird kräftiger gestreut als das rote - der Himmel wird also rot.

(Anmerkung: Bei den Rechnungen folge ich dem Buch von Greiner: Klassische Elektrodynamik Seite 462, 463)