

Direkter Nachweis von Gravitationswellen durch LIGO

Hendrik van Hees

Goethe-Universität Frankfurt

May 30, 2017



- 1 Der Gravitationswellendetektor LIGO
- 2 Beobachtung von Gravitationswellen (Verschmelzung schwarzer Löcher)

Quellen:

[1] B. P. Abbott et al. (LIGO Scientific and VIRGO Collaborations), GW150914: The Advanced LIGO Detectors in the Era of First Discoveries, Phys. Rev. Lett. **116**, 131103 (2016)

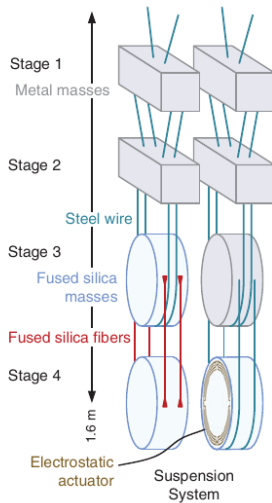
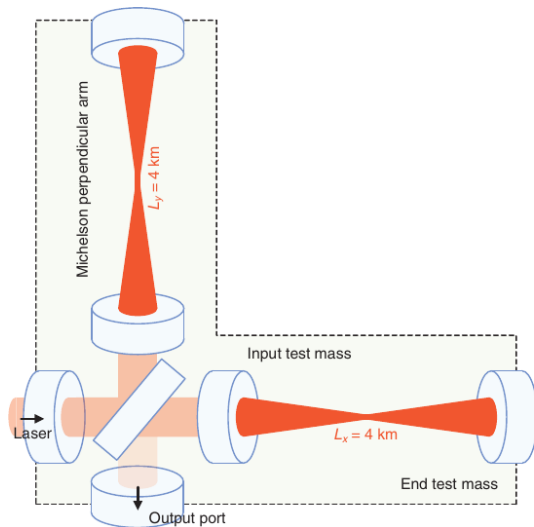
DOI: [10.1103/PhysRevLett.116.131103](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.116.131103)

[2] LIGO Scientific and VIRGO Collaborations, The basic physics of the binary black hole merger GW150914, Ann. Phys. (Berlin) **529**, 1600209 (2017)

DOI: [10.1002/andp.201600209](https://doi.org/10.1002/andp.201600209)

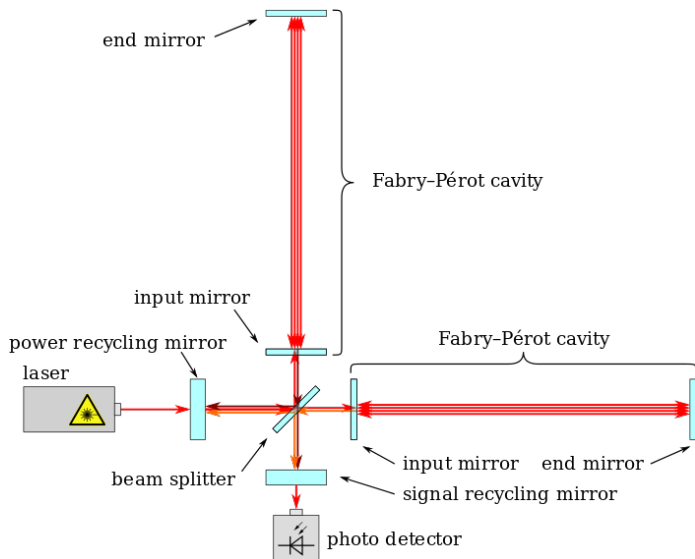
- LIGO = „Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory“
- 1992 gegründet von K. Thorne, R. Drever (Caltech), R. Weiss (MIT)
- zwei Laser-Interferometer in Hanford (WS) und Livingston (LA)
- Auswertung für verschiedene Quellen von Gravitationswellen:
 - stochastische Quellen (u.a. Urknall/Inflation)
 - Pulsare
 - **Verschmelzung kompakter Objekte (schwarze Löcher, Neutronensterne)**
 - Sternkollaps (Supernovae)
 - „exotische Quellen“
- 2002–2007: erste Messungen
- 2009–2011: enhanced LIGO (Empfindlichkeit verdoppelt)
- seit 2015: advanced LIGO (10-fache Empfindlichkeit gegen 1. Version)
- 14.09.2015: **erster direkter Nachweis von GW** (GW150914)
- Quelle: Verschmelzung zweier schwarzer Löcher

Prinzipieller Aufbau



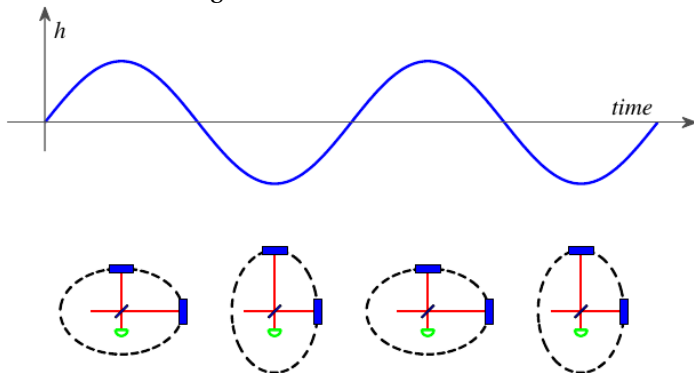
[Abbildung aus [1]]

Prinzipieller Aufbau



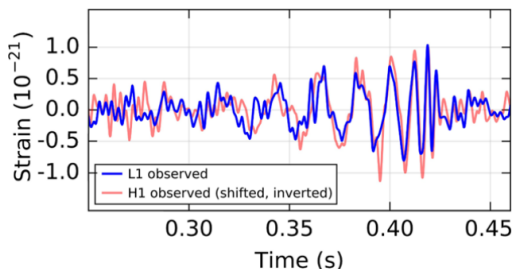
[Abbildung: Wikipedia (de)]

- Nd:YAG-Laser 20 W (kann bis zu 180 W erreichen)
- $\lambda = 1064 \text{ nm}$ (Infrarot-Bereich)
- durch „Recycling-Spiegel“ und Fabry-Perot-Kavitäten:
ca. **100 kW** in jedem Arm!
- Sensitivität für Längenunterschied der Arme $\Delta L/L = 10^{-22}$
(entspricht ca 10^{-5} des Protondurchmessers!)
- Probemassen: SiO_2 -Spiegel; 34 cm Durchmesser, 20 cm dick; $m = 40 \text{ kg}$
- gesamtes System im Vakuum (verhindert u.a. Lichtstreuung)
- Gravitationswelle \Leftrightarrow Lichtsignal an Detektor



[Abb. aus [2]]

Beobachtung von Gravitationswellen



[Abb. aus [2]]

- Bandpaß über LIGO-Frequenzband 35-350 Hz und einige Rauschfrequenzen
- Hanford-Signal um 6,9 ms verschoben und invertiert
- Interpretation: Verschmelzung zweier umeinander rotierender „kompakter Massen“
- keine Dipolstrahlung, weil Dipolmoment der Massenverteilung $\vec{P} = \sum_i m_i \vec{x}_i$ konstantem Schwerpunktsimpuls $\dot{\vec{p}} = \dot{\vec{P}} = \text{const}$ entspricht
- Dipolstrahlung $\propto \ddot{\vec{P}} = 0$
- Gravitationswellen beginnen mit Quadrupolstrahlung
⇒ Frequenz doppelt so groß wie Umlauffrequenz
- $f_{\text{GW}}|_{\text{max}} \simeq 150 \text{ Hz}$, $\omega_{\text{Kep}}|_{\text{max}} = 2\pi f_{\text{GW}}/2$

Abstrahlung von Gravitationswellen

- Quadrupollösung

$$h_{ij} = \frac{2}{c^4} \frac{G}{d_L} \ddot{Q}_{ij}$$

- Quadrupoltensor der Massenverteilung

$$Q_{ij} = \sum_{A=1}^2 m_A (x_{Ai} x_{Aj} - r_A^2 \delta_{ij})$$

- für Kreisorbits in xy -Ebene

$$Q_{ij} = \frac{1}{2} \mu r^2 I_{ij},$$

$$I_{xx} = 1/3 + \cos(2\omega t), \quad I_{yy} = 1/2 - \cos(2\omega t),$$

$$I_{xy} = I_{yx} = \sin(2\omega t), \quad I_{zz} = -1/3.$$

- Strahlungsleistung

$$\frac{dE_{\text{GW}}}{dt} = \frac{c^3}{16\pi G} \int dS |\dot{h}|^2 = \frac{G}{5c^5} \sum_{i,j=1}^3 \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} \frac{d^3 Q_{ij}}{dt^3} = \frac{32G}{5c^5} \mu^2 r^4 \omega^6.$$

- 3. Keplersches Gesetz

$$r^3 = GM/\omega^2 \Rightarrow \dot{r} = -\frac{2}{3} r \dot{\omega}/\omega$$

- Gesamtenergie

$$E_{\text{orb}} = -\frac{GM\mu}{2r} \Rightarrow \dot{E}_{\text{orb}} = -\dot{E}_{\text{GW}} = \frac{GM\mu}{2r^2} \dot{r}$$

- Änderung der Frequenz

$$\dot{\omega}^3 = \left(\frac{96}{5}\right)^3 \frac{\omega^{11}}{c^{15}} G^5 \mu^3 M^2 = \left(\frac{96}{5}\right)^3 \frac{\omega^{11}}{c^{15}} (G\mathcal{M})^5$$

- $\mathcal{M} = (\mu^3 M^2)^{1/5}$: „Chirp-Masse“

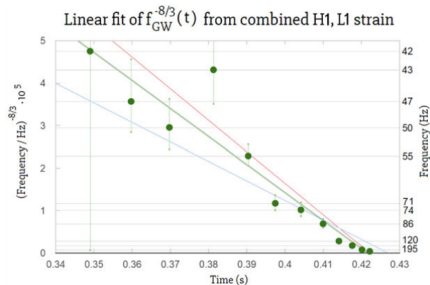
Bestimmung der Chirp-Masse

- mit $f_{\text{GW}} = 2\omega/(2\pi) = \omega/\pi$

$$\mathcal{M}^5 = \frac{c^3}{G} \left(\frac{5}{96} \right)^3 \frac{1}{\pi^8 f_{\text{GW}}^{11}} \dot{f}_{\text{GW}}$$

- Lösung der DGL

$$f_{\text{GW}}^{-8/3}(t) = \frac{(8\pi)^{8/3}}{5} \left(\frac{G\mathcal{M}}{c^3} \right)^{5/3} (t_c - t)$$



[Abb. aus [2]]

- $\mathcal{M} \gtrsim 30 M_{\odot}$; Annahme: $m_1 = m_2$: $m_1 = m_2 = 2^{1/5} \mathcal{M} = 35 M_{\odot}$
- $R = (GM/\omega^2|_{\text{max}})^{1/3} = 350 \text{ km}$

- Exzentrizität $\epsilon = e/a$ des Orbits \Rightarrow Strahlungsverlust vergrößert um Faktor

$$\ell(\epsilon) = \frac{1}{(1-\epsilon^2)^{7/2}} \left(1 + \frac{73}{24}\epsilon^2 + \frac{37}{96}\epsilon^4 \right).$$

- $\mathcal{M}(\epsilon) = \mathcal{M}(\epsilon = 0)/\ell^{3/5}$
- $R = a, r \geq (1-\epsilon)R$
- Kompaktheitsgrenze: $\mathcal{R}_{\min} = R_{\min}/(r_{S1} + r_{S2}) = 1$
- $\mathcal{R}(\epsilon) = (1-\epsilon)\ell^{2/5}(\epsilon)\mathcal{R}(\epsilon = 0)$
- $\mathcal{R}(\epsilon)$ increases compared to $\mathcal{R}(\epsilon = 0)$ if $\epsilon \gtrsim 0.6$
- keine Modulationen in Amplitude wegen Exzentrizität erkennbar
- Grund: Gravitationswellen tragen auch Drehimpuls weg
 \Rightarrow Exzentrizität nimmt ab!

$$m_1 \neq m_2$$

- nehme an $m_1 > m_2$: Verhältnis $q = m_1/m_2 \geq 1$
- $m_1 = \mathcal{M}(1+q)^{1/5} q^{2/5}$, $m_2 = \mathcal{M}(1+q)^{1/5} q^{-3/5}$

$$\mathcal{R} = \frac{c^2}{2(\pi f_{\text{GW}|_{\text{max}}} G \mathcal{M})^{4/5}} \approx \frac{3q^{2/5}}{(1+q)^{4/5}}.$$

- \mathcal{R} wird kleiner für $q > 1 \Rightarrow$
- für $q \sim 13$ erhält man $\mathcal{R} \approx 1$ (Kompaktheitslimit!)
 $\Rightarrow m_2 \geq 11M_\odot \Rightarrow$ kann kein Neutronenstern sein
- einzige bekannte Möglichkeit: **schwarze Löcher!**

Relativistische Bewegung

- Newtonsche Näherung nur für Zeiten nicht zu nah bei der Verschmelzung
- Nehme an, daß $m_2 \leq 4.76 M_\odot \Rightarrow m_1 \geq 476 M_\odot$
- dann $q \geq 100 \Rightarrow$ kann Schwarzschild- (oder Kerr-) Lösung für m_1 und m_2 als Testmasse verwenden
- mit $\chi = c S / (G m_1^2)$ (S spin des schweren Objekts)
- dann

$$\omega_{\text{orb}} = \frac{c^3}{GM} \left[\chi + \left(\frac{c^2 r}{GM} \right) \right]^{-1}$$

- für Schwarzschild ($\chi = 0$): $r_{\text{min}} = 6GM/c^2 = 3r_s$ für stabilen Orbit
 $f_{\text{GW}} = 4.4(M_\odot/M)$ kHz
- für extrem rotierendes schwarzes Loch ($\chi = 1$) $r_{\text{min}} = GM/c^2$:
 $f_{\text{GW}} = 32(M_\odot/M)$ kHz $\simeq 67$ Hz
- beobachtet sind viel höhere Frequenzen $\Rightarrow m_2 > 4.76 M_\odot$
- Hypothese, daß Signal von Verschmelzung **Schwarze Löcher** robust!