Übungen zur Kosmologie – Blatt 2

Aufgabe 3: Trigonometrische Parallaxe

Eine der grundlegendsten Methoden der Entfernungsbestimmung ist die **trigonometrische Parallaxe**, d.h. die scheinbare Positionsänderung eines Objekts vor einem viel weiter entfernten Hintergrund durch die Positionsänderung des Beobachters.

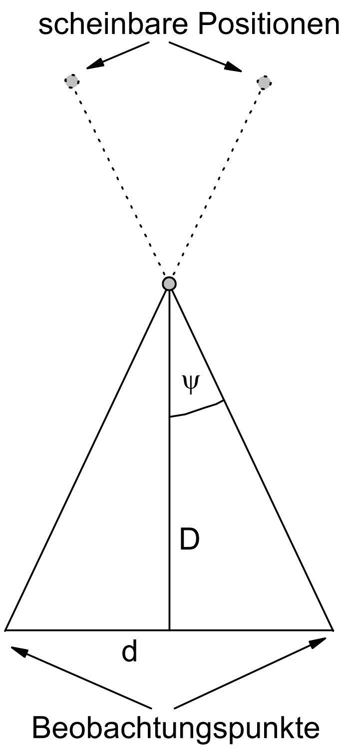

Abbildung 1: Trigonometrische Parallaxe.

(a) Leiten Sie den Ausdruck für die Entfernung D des Objekts aus Abbildung 1 ab.

(b) Normieren Sie die Entfernung und den Beobachtungswinkel mit Hilfe der Definition eines Parsec für das System Erde-Sonne.

(c) Nähern Sie den Ausdruck für kleine Winkel ψ.

(d) Die Parallaxe des nächsten Sternensystems Alpha Centauri beträgt $0.747''$. Bestimmen Sie die Entfernung.

Hipparcos (**Hi**gh **P**recision **Par**allax **Co**llecting **S**atellite) bestimmte in den neunziger Jahren mit bis dahin unerreichter Genauigkeit von $\Delta\psi \approx 0{,}001''$ die Positionen praktisch aller bekannten Sterne in der direkten Nachbarschaft unserer Sonne.

(e) Bestimmen Sie die größtmögliche Entfernung D_{max}, bei der ein relativer Fehler der Entfernungsbestimmung von Hipparcos kleiner als 10% ist

(f) Benutzen Sie diese Entfernung um die Anzahl der Sterne im Hipparcos Katalog abzuschätzen. Nehmen Sie dabei an, daß die lokale Sterndichte etwa $n = 0{,}12/\text{pc}^3$ beträgt.

Aufgabe 4: Der Hubble-Fluß und die lokale Gruppe

Galaxiengruppen und -haufen sind lokale Massenkonzentrationen, innerhalb derer die Eigenbewegung der Galaxien gegenüber der gleichmäßigen Hubble-Expansion überwiegt. Wie weit reicht der Gravitationseinfluß unserer lokalen Galaxiengruppe (Milchstraße, Andromedagalaxie, Magellansche Wolken etc.)? Schätzen Sie dazu grob ab, bei welcher Entfernung die Fluchtgeschwindigkeit gleich der Expansionsgeschwindigkeit gemäß des linearen Hubble-Gesetzes ist. Die Masse der lokalen Gruppe (sichtbare und dunkle Materie) beträgt etwa $M_{\text{lg}} = 5 \cdot 10^{12} M_{\odot} \approx 10^{43}$ kg. Die Hubble-Konstante kann dabei mit $H_0 = 70$ km/s/Mpc angenommen werden, wobei ein 1 Mpc $= 3{,}086 \cdot 10^{22}$ m ist.

(bitte wenden!)

Aufgabe 5: Die Hubble-„Konstante“ und Supernovae Ia

Supernovae vom Typ Ia zeichnen sich durch eine sehr ähnliche und besonders hohe absolute Helligkeit von $M \approx -19{,}3$ aus und eignen sich daher als Standardkerzen zur kosmologischen Entfernungsbestimmung. In Abbildung 2 ist ein typisches Supernova-Hubble-Diagramm zu sehen. In diesem Fall ist die scheinbare Helligkeit m_B gegen den Logarithmus von Lichtgeschwindigkeit mal Rotverschiebung cz in Einheiten von km/s aufgetragen.

(a) Bestimmen Sie aus dem Diagramm für fünf Supernovae die Leuchtkraftentfernung D_l und daraus die Hubblekonstante H_0 über das lineare Hubble-Gesetz $v = H_0 \cdot D_l$, dabei ist v die Fluchtgeschwindigkeit. Welcher Teil des Hubble-Diagramms ist hierfür verwendbar und warum?

(b) Berechnen Sie aus den fünf Werten einen Mittelwert der Hubble-Konstanten und die dreifache Standardabweichung.

(c) Um wieviel darf die absolute Helligkeit M der Supernovae schwanken damit jede einzelne Entfernungsbestimmung mit weniger als 5% Fehler behaftet ist?

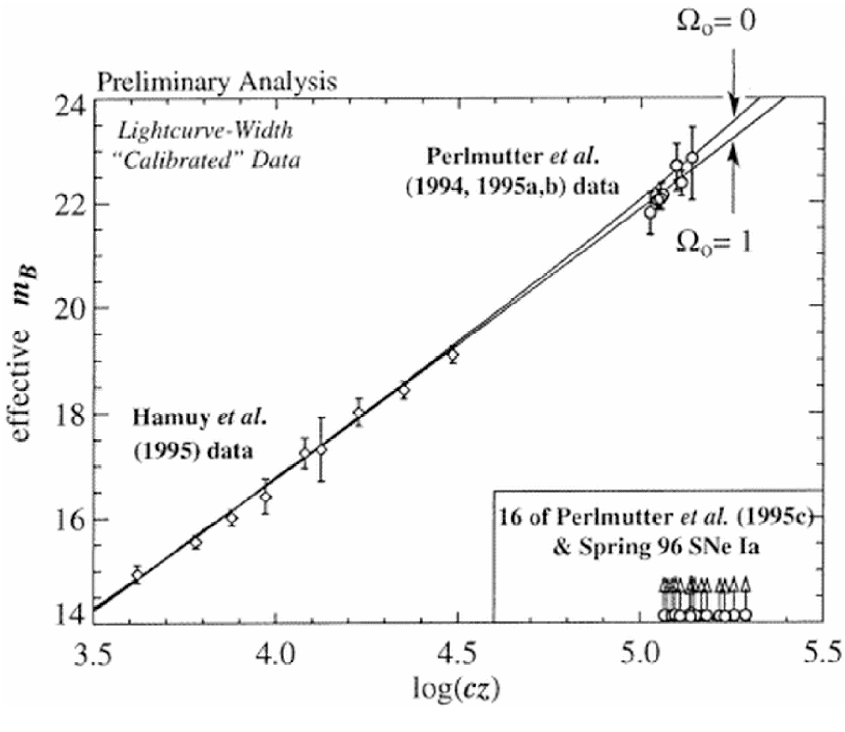

Abbildung 2: Ein typisches Supernova-Hubble-Diagramm (aus Hamuy et al. 1995), aufgetragen ist eine korrigierte effektive scheinbare Helligkeit m_B gegen den Logarithmus von Lichtgeschwindigkeit mal Rotverschiebung in Einheiten von km/s.