

## Übungen zur Theoretischen Physik 3 für das Lehramt L3 – Blatt 11

### Aufgabe 1 (10 Punkte): Teilchen im homogenen E-Feld (kovariante Rechnung)

In der Vorlesung haben wir ein geladenes relativistisches Teilchen in einem homogenen elektrischen Feld  $\vec{E} = (E, 0, 0)^T = \text{const}$  im nichtkovarianten Dreierformalismus behandelt. In dieser Aufgabe soll dasselbe Problem mit dem manifest kovarianten Formalismus behandelt werden. Die Bewegungsgleichung lautet

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = \frac{q}{m} F^{\mu\nu} p_\nu = \frac{qE}{mc} \begin{pmatrix} p^1 \\ p^0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Lösen Sie zunächst diese Bewegungsgleichungen für  $p^0$  und  $p^1$  mit der Anfangsbedingung  $\vec{p}(0) = 0$ . Zeigen Sie, dass die Bedingung  $p_\mu p^\mu = m^2 c^2 = \text{const}$  erfüllt ist, wie es sein muss. Verwenden Sie dann die Beziehung

$$dx^\mu/d\tau = p^\mu/m, \quad (2)$$

um auch die Weltlinie des Teilchens zu berechnen. Die Anfangsbedingung sei  $\underline{x}(0) = \underline{0}$ .

Schreiben Sie schließlich das Resultat mit der Zeit  $t$  als Parameter, bestimmen Sie also  $\vec{x}(t)$  und vergleichen Sie dies mit dem Resultat in der Vorlesung bzw. im Manuskript.

### Aufgabe 2 (10 Punkte): Teilchen im Homogenen B-Feld

Lösen Sie die analoge Aufgabe für ein homogenes magnetisches Feld  $\vec{B} = (B, 0, 0)^T$ . Die kovariante Form der Bewegungsgleichung lautet hier

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = \frac{q}{m} F^{\mu\nu} p_\nu = \frac{qB}{m} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ p^3 \\ -p^2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Als Anfangsbedingung setzen wir  $\vec{p}(0) = (0, p_0^2, 0)^T$ ,  $\vec{x}(0) = \vec{0}$ .

### Aufgabe 3 (10 Punkte): Compton-Streuung

Wir betrachten die elastische Streuung eines  $\gamma$ -Quants an einem ruhenden Elektron  $\gamma + e^- \rightarrow \gamma + e^-$ . Das  $\gamma$ -Quant kann man hinsichtlich Energie und Impuls wie ein Teilchen mit der invarianten Masse  $m_\gamma = 0$  behandeln. Sein Viererimpuls ist also  $\underline{p}_\gamma = (p_\gamma, p_\gamma, 0, 0)$  (wir nehmen also o.b.d.A. an, dass der Photonenimpuls im Anfangszustand in  $x^1$ -Richtung zeigt). Das Elektron ist ein Teilchen mit der invarianten Masse  $m_e = 511 \text{ keV}/c^2$  und besitzt entsprechend einen Viererimpuls  $\underline{p}_e = (\mathcal{E}_e/c, \vec{0})^T$ . Bestimmen Sie die Viererimpulse des Photons und des Elektrons im Endzustand. Wir nehmen an der Streuwinkel des Photons sei  $\vartheta$ . Das ist der Winkel zwischen  $\vec{p}'_\gamma$  und  $\vec{p}_\gamma$ . Geben Sie die Formel für die Energie des Photons im Endzustand in Abhängigkeit vom Streuwinkel und von der Photonenenergie  $\mathcal{E}_\gamma = p_\gamma c$  im Anfangszustand an.

Berechnen Sie daraus die Wellenlängenänderung zwischen dem Ursprünglichen und dem gestreuten Photon. Verwenden Sie dazu die de Broglie-Beziehung  $\lambda = 2\pi \hbar / p_\gamma$ .

Homepage zu Vorlesung und Übungen:

<https://itp.uni-frankfurt.de/~hees/theo3-13-WS2324/index.html>