H. van Hees **Wintersemester 2023/2024**

Übungen zur Theoretischen Physik 1 für das Lehramt L3 – Blatt 5

Aufgabe 1 (10 Punkte): Getriebener ungedämpfter Oszillator

Betrachten Sie einen ungedämpften harmonischen Oszillator, der mit einer harmonischen Kraft der Kreisfrequenz Ω angetrieben wird. Die Bewegungsgleichung lautet also

$$m\ddot{x} = -m\omega_0^2 x + mA\cos(\Omega t). \tag{1}$$

(a) (1 Punkt) Zeigen Sie, dass mit dem Ansatz $x = \operatorname{Re} z$ für eine komplexe Funktion $z(t)$ die Bewegungsgleichung äquivalent zur Gleichung

$$\ddot{z} + \omega_0^2 = A\exp(-\mathrm{i}\Omega t) \tag{2}$$

ist.

(b) (2 Punkte) Geben Sie zunächst die allgemeine Lösung für die homogene Gleichung

$$\ddot{z}_{\text{hom}} + \omega_0^2 z_{\text{hom}} = 0 \tag{3}$$

an.

(c) (2 Punkte) Finden Sie nun eine spezielle Lösung für die inhomogene Gleichung für $\Omega \neq \omega_0$. Geben Sie insbesondere auch die reelle physikalische Lösung $x(t) = \operatorname{Re} z(t)$ an.

(d) (3 Punkte) Was passiert im Resonanzfall $\Omega = \omega_0$?

Hinweis: In diesem Fall empfiehlt sich ein Ansatz der Form

$$z(t) = \tilde{z}(t)\exp(-\mathrm{i}\omega_0 t). \tag{4}$$

Es ergibt sich durch Einsetzen in die Bewegungsgleichung (2) eine einfach zu lösende Gleichung für $\tilde{z}$. Beachten Sie, dass Sie nur eine spezielle Lösung finden müssen, da die allgemeine Lösung die Superposition aus der allgemeinen Lösung der homogenen Gleichung z_{hom} und einer speziellen Lösung der inhomogenen Gleichung ist.

(e) (2 Punkte) Geben Sie schließlich für alle Ω jeweils die Lösungen des Anfangswertproblems für vorgegebene Anfangsbedingungen $x(0) = x_0$ und $\dot{x}(0) = v_0$ an.