

Physik der sozio-ökonomischen Systeme *mit dem Computer*

*JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
21.10.2022*

MATTHIAS HANAUSKE

*FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN
GERMANY*

In diesem Semester (WS 2022/23)
findet die Vorlesung und die Übungstermine
in Präsenz (und auch Online) statt.

1. Vorlesung

Plan für die heutige Vorlesung

- Festlegung der Übungsgruppentermine
- Internetseite der Vorlesung
- Lernplattformen OLAT und LON-CAPA
- Login-Accounts für die Rechner des Instituts für Theoretische Physik (ITP) der Goethe Universität
- Kurze Einführung in Python, Jupyter Notebooks und C++
- Überblick der Inhalte der gesamten Vorlesungsreihe
- Einführung in die Spieltheorie
 - Definition eines Spiels
 - Strategiemenge der Spieler
 - Präferenzordnung und Auszahlungsfunktion
 - Nash-Gleichgewichte und dominante Strategien
 - Das Gefangenendilemma und das Hirschjagd Spiel

Allgemeines zur Vorlesung

- Ort und Zeit:
PC-Pool Raum 01.120 (auch Zoom-Meeting):
Vorlesungstermine: Freitags von 15.00-17.00 Uhr
Übungstermin 1:
Übungstermin 2: ...?
- Vorlesungs-Materialien (asynchronen Lehrangebote):
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/> bzw.
<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/VPSOC2022.html>
- Übungsaufgaben auf der Online-Lernplattform Lon Capa:
<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>
- Weitere Materialien auf der Online-Lernplattform OLAT
<http://olat.server.uni-frankfurt.de>
- Generelles zur Vorlesung:
Bei erfolgreicher Teilnahme 5 Creditpoints
Benoteter Schein mittels einer mündlichen Prüfung (30 Min.)
- Voraussetzungen:
Programmierkenntnisse von Vorteil

Vorlesung besteht aus drei Teilen

Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. [Matthias Hanauske](#)

Nächster Zoom Link am 21.10.2022, 15:00-17:00 Uhr:
ID: 794 847 5614, PWD: 785453

[Home](#)

[Teil I](#)

[Teil II](#)

[Teil III](#)

[E-Learning](#)

Vorwort

Die Vorlesung *Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer* wurde im Wintersemester 2015/16 das erste Mal gehalten und viele der auf dieser Hauptseite erreichbaren Internetseiten basieren grundsätzlich auf dem damals erstellten Kurs. In der ersten Vorlesung (PC-Pool 01.120, bzw. Zoom Link siehe rechte obere Ecke) werden die Voraussetzungen besprochen, die man benötigt um einen benoteten bzw. unbenoteten Schein mit fünf Creditpoints zu erhalten.

Weiterführende Links



- [Online-Lernplattform OLAT](#)
- [Online-Lernplattform Lon Capa](#)



Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer (Physics of Socio-Economic Systems with the Computer) Vorlesung WS 2022/23, Fr. 15-17.00 Uhr, PC-Pool 01.120

In diesem Semester findet die Vorlesung in Hybrider Form statt!

Diese Internetseite fasst die Online-Angebote der Vorlesung *Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer* zusammen. Die Vorlesungstermine finden freitags von 15.00-17.00 Uhr im PC-Pool 01.120 bzw. Online (siehe Zoom-Link in der rechten oberen Ecke dieser Internetseite). Die Termine der Übungen werden in der ersten Vorlesung, am 21.10.2022, gemeinsam festgelegt.

Die Inhalte der Vorlesung gliedern sich in drei Teile ([Teil I](#), [Teil II](#), [Teil III](#)), die Sie in der zweiten oberen Spalte einsehen können. Weiteres Zusatzmaterial und diverse Online-Aufgaben sind über die Online-Lernplattformen [OLAT](#) und [Lon Capa](#) erhältlich (siehe [E-Learning](#)).

Weiterführende Literatur

- Schlee, Walter, Einführung in die Spieltheorie, Vieweg 2004
- Hofbauer, Josef, and Karl Sigmund. Evolutionary games and population dynamics. Cambridge university press, 1998
- [Martin A. Nowak, Evolutionary Dynamics - Exploring the Equations of Life, 2006](#)
- [Albert-Laszlo Barabasi, Network science, Cambridge university press, 2016](#)
- [Matthias Hanauske, Evolutionäre Quanten-Spieltheorie im Kontext sozio-ökonomischer Systeme, 2011](#)
- [Vorlesungsmaterialien: Neue Entwicklungen in der Evolutionären Spieltheorie \(2009\)](#)
- [Vorlesungsmaterialien: Hochschul-Sommerkurs Money, Money, Money: Deutschlands Wirtschafts- und Finanzleben \(2011\)](#)

Einführung in die Programmierung für Studierende der Physik

Die OLAT Seite

http://olat.server.uni-frankfurt.de



Auf der OLAT Seite des Kurses finden Sie die Jupyter Notebooks zum Ansehen und zum Herunterladen

Die LON-CAPA Seite

<http://lon-capa.server.uni-frankfurt.de/>

Sie können sich hier auf der LON-CAPA Seite mit einloggen. Benutzerkennung und Passwort erhalten Sie per E-Mail

Einloggen

Benutzerkennung:

Passwort:

Domäne:

Einloggen

The LearningOnline Network with CAPA

Notizen Linksammlung Evaluiere Feedback Drucken Info

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Teil III](#) [E-Learning](#)

Hauptmenü Inhalt Kurs-Editor Was gibt's Neues Grades People Settings Public Rolle wechseln

Ressource anzeigen Linksammlung Drucken

Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauke

[Home](#) [Research](#) [Contact](#)

[Einführung](#) [Teil I](#) [Teil II](#) [Teil III](#) [E-Learning](#)

Physik sozio-ök
(Physics of Soci
Vorlesung W
Zusätzlich zur

Sie finden die zu bearbeitenden Aufgaben des Kurses auf der rechten Seite unter „E-Learning“

Diese Vorlesung gibt eine Ein

sozio-ökonomischer Systeme. In sozio-ökonomischen Systemen, wie z.B. bei Finanzmärkten, sozialen Netzwerken, Verkehrssystemen oder wissenschaftliche Kooperationsnetzwerken, sind die dem System zugrunde liegenden Akteure ständigen Entscheidungssituationen ausgesetzt, wobei der Erfolg und die Auswirkung der individuell gewählten Strategie von den Entscheidungen der anderen beteiligten Akteuren abhängt. Die (evolutionäre) Spieltheorie und die Physik komplexer Netzwerke stellen die beiden Grundsäulen der theoretischen Beschreibung und mathematischen Formulierung solcher Systeme dar. Im ersten Teil des Kurses werden die grundlegenden Konzepte der Spieltheorie thematisiert und die Studierenden erlernen, unter Verwendung von Computeralgebra-Systemen (Maple und Mathematica) deren

Aufgaben im Kurs Physik der sozio-ökonomischer Systeme mit dem Computer

Aufgaben im Teil I

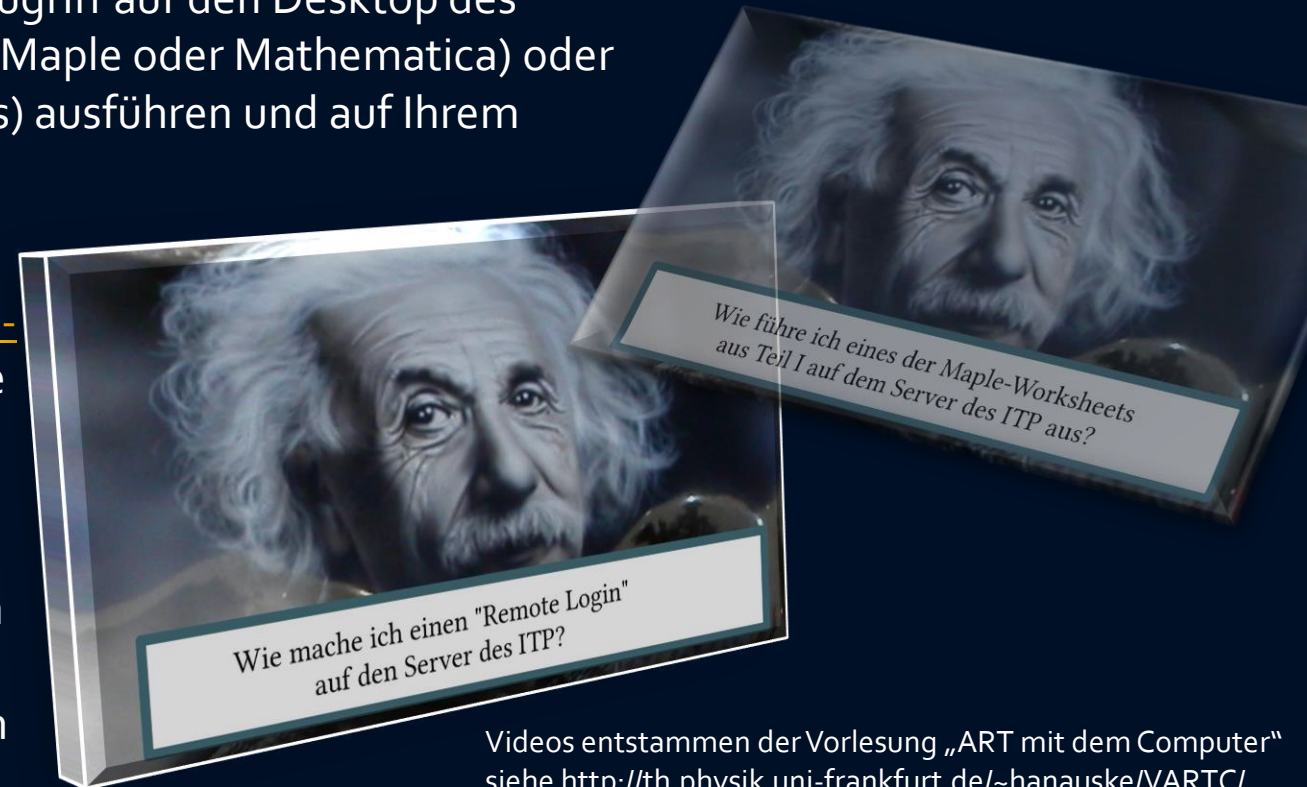
- [Reine Nash-Gleichgewichte in einem simultanen \(2x2\)-Spiel in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungsmatrix](#)
- [Gemischtes Nash-Gleichgewicht in einem simultanen \(2x2\)-Spiel in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungsmatrix](#)
- [Gemischtes Nash-Gleichgewicht im Hirschjagt-Spiel](#)
- [Spielklassen von simultanen \(2x2\)-Spielen in strategischer Form mit symmetrischer Auszahlungsmatrix](#)
- [Zeitliche Entwicklung des Populationsvektors im evolutionären Spiel](#)
- [Evolutionär stabile Strategien](#)
- [Gemischtes Nash-Gleichgewicht in einem simultanen \(2x2\)-Spiel in strategischer Form mit unsymmetrischer Auszahlungsmatrix](#)
- [Zeitliche Entwicklung des Populationsvektors im evolutionären Bi-Matrix Spiel](#)
- [Mittlere Distanz zwischen zwei Knoten in einem zufälligen Netzwerk](#)
- [Cluster Koeffizient in einem zufälligen Netzwerk](#)

Vergabe der Login Accounts und der Remote Login

Bevor wir uns mit der „Physik der sozio-ökonomischen Systeme“ beschäftigen, werden zunächst einige technische Dinge erläutert. Um die in den Vorlesungen vorgestellten Computerprogramme ausführen zu können und die Aufgaben in den Übungsstunden zu bearbeiten, müssen Sie gewisse Programme auf Ihrem Computer installiert haben; bzw. einen *Remote Login* von Ihrem Computer auf den Server des Instituts für Theoretische Physik (ITP) der Goethe Universität machen. Sie benötigen hierzu einen Account für die Rechner des ITP! Dieser Account wird Ihnen persönlich in den ersten Vorlesungsstunden ausgehändigt.

Mittels eines *Remote Login* können Sie sich durch einen Fernzugriff auf den Desktop des Servers des ITP verbinden und Anwendungsprogramme (z.B. Maple oder Mathematica) oder Simulationsprogramme (z.B. C++, Python, Jupyter Notebooks) ausführen und auf Ihrem Computer darstellen.

Auf der alten Internetseite der Vorlesung (siehe <https://itp.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VPSOC/VPSOC2021.html>) finden Sie Links und ein kleines Video das die einzelnen Schritte beschreibt, wie man einen *Remote Login* von einem Linux Betriebssystem zum Server des ITP der Goethe Universität aufbaut. Zusätzlich wird am Ende des Videos gezeigt wie man das Passwort des eigenen ITP-Account ändert (empfohlen!), das Computeralgebra-System Maple startet und wie man sich wieder vom Server des ITP abmeldet.



Videos entstammen der Vorlesung „ART mit dem Computer“ siehe <http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hاناuske/VARTC/>

Installation von Jupyter

Auf den Rechnern des ITP ist Python und Jupyter schon vorinstalliert und man started ein Jupyter Notebook in einem Linux-Terminal mit dem Befehl „jupyter-notebook“.

Unter Windows kann man Jupyter z.B. recht einfach mittel Anaconda

The image shows two windows from a Windows desktop. The left window is the Anaconda Navigator application, displaying the 'Applications' section for the 'base (root)' environment. It lists four applications: 'CMD.exe Prompt' (0.1.1), 'JupyterLab' (2.1.5), 'Jupyter Notebook' (6.0.3), and 'Powershell Prompt' (0.0.1). The right window is a web browser displaying a Jupyter Notebook titled 'Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer'. The notebook content includes a title, author information (Dr. phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske), and a section on 'Das Gefangenendilemma' with a payoff matrix and code snippets.

Physik der sozio-ökonomischen Systeme mit dem Computer
(Physics of Socio-Economic Systems with the Computer)

Vorlesung gehalten an der J.W.Goethe-Universität in Frankfurt am Main
(Wintersemester 2020/21)

von Dr.phil.nat. Dr.rer.pol. Matthias Hanauske
Frankfurt am Main 02.08.2020

Erster Vorlesungsteil:
Dominante Strategien und Nash-Gleichgewichte am Beispiel der folgenden Spiele:
Gefangenendilemma, Hirschjagd- und Angsthäsen-Spiel

Einführung

In diesem Python Notebook werden die in der Vorlesung definierten Gleichgewichtskonzepte (dominante Strategie, reine und gemischte Nash-Gleichgewichte) am Beispiel dreier simultaner, symmetrischer (2 Spieler)-(2 Strategien) Spiele illustriert. Zunächst wird das Python Modul "sympy" eingebunden, das ein Computer-Algebra-System für Python bereitstellt und symbolische Berechnungen und im speziellen Matrix-Berechnungen relativ einfach möglich macht.

```
In [1]: from sympy import *
init_printing()
```

Das Gefangenendilemma

Definition der Auszahlungsmatrix für Spieler A (S^A):

```
In [2]: D_A=Matrix([[[-7,-1],[-9,-3]])
D_A
```

```
Out[2]:
[[-7 -1]
 [-9 -3]]
```

Da sich das Spiel um ein symmetrisches (2 Personen)-(2 Strategien) Spiel handelt, erhält man die Auszahlungsmatrix für Spieler B durch die transponierte Matrix des Spielers A ($S^B = (S^A)^T$):

```
In [3]: D_B=transpose(D_A)
D_B
```

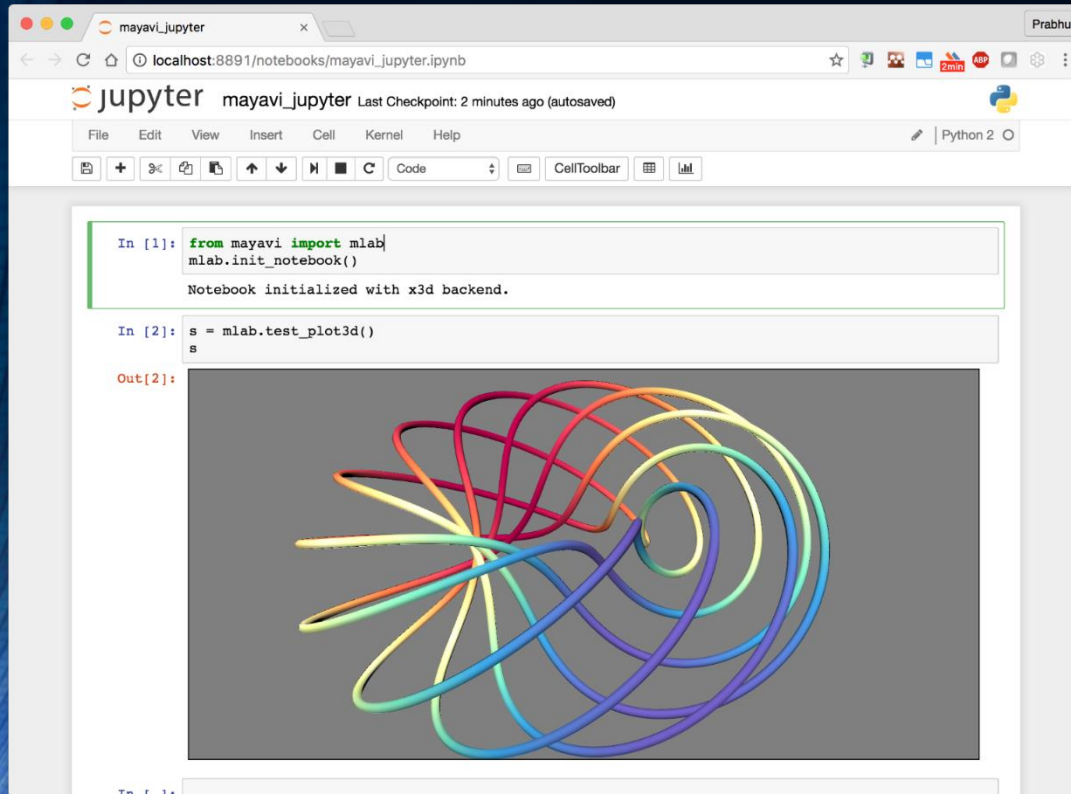
```
Out[3]:
[[-7 -9]
 [-1 -3]]
```

Unter Verwendung der gemischten Strategien (z^A, z^B) im (x, y) lässt sich eine gemischte Auszahlungsfunktion der Spieler (Spieler A: $S^A(x, y)$, Spieler B: $S^B(x, y)$) wie folgt definieren:

```
In [4]: def Dollar(x,y,DM):
GemischteAuszahlung=DM[0,0]*x*y+DM[0,1]*x*(1-y)+DM[1,0]*(1-x)*y+DM[1,1]*(1-x)*(1-y)
```


Kurze Einführung in C++

Python Skripts und Jupyter Notebooks



```
In [1]: from mayavi import mlab
mlab.init_notebook()
Notebook initialized with x3d backend.

In [2]: s = mlab.test_plot3d()
s

Out[2]:
```

Einführung in die Programmierung für Studierende der Physik

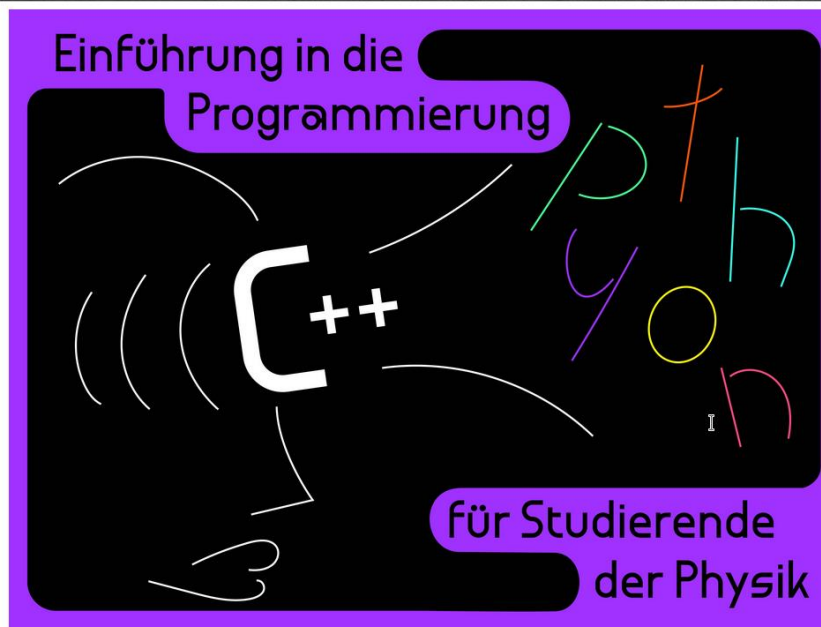


Illustration: Deborah Moldawski

Nächster Zoom Link am 12.04.2022, 15:00-16:00 Uhr: ID: 794 847 5614, PWD: 785453

von Dr.phil.nat.Dr.rer.pol. Matthias Hanauske

Einführung in die Programmierung für Studierende der Physik (Introduction to Programming for Physicists) Vorlesung SS 2022

Diese Internetseite fasst die Online-Angebote der Vorlesung *Einführung in die Programmierung für Studierende der Physik* zusammen. Die Vorlesungstermine finden jeweils dienstags von 15.00-16.00 Uhr und donnerstags von 14.00-16.00 Uhr im Raum Phys-0.111 statt. Die Termine der Übungen/Praktika finden Sie auf der [Online-Lernplattform OLAT](#) und die Übungsaufgaben werden im linken Panel unter der jeweiligen Vorlesung und zusätzlich auf [OLAT](#) bereitgestellt.

Die Vorlesung gibt einerseits eine Einführung in die Objekt-orientierte Programmiersprache C++ und vermittelt andererseits einige wesentliche Grundlagen der numerischen Mathematik. Es werden die grundlegenden Elemente der Programmiersprache, das Programmierparadigma der Objektorientierung und Simulationen von komplexen physikalischen Problemen behandelt. Das Hauptanliegen der Vorlesung besteht darin, dass die Studierenden die numerische Lösung eines komplexen physikalischen Problems auf dem Computer erstellen können. Der Schwerpunkt wird hierbei auf der Programmiersprache C++ liegen, wobei für die Visualisierung der berechneten Daten die Skriptsprache Python benutzt wird. Zusätzlich werden die berechneten mathematisch/physikalischen Gleichungen mittels Python Jupyter Notebooks analysiert und illustriert.

Literatur zu C++

- Prof. Dr. Marc Wagner, Vorlesung im WS 2019/20: *Einführung in die Programmierung für Physiker*
- B. W. Kernighan, D. M. Ritchie, Hanser: *Programmieren in C*
- Bjarne Stroustrup 2015: *Die C++ Programmiersprache*
- Bjarne Stroustrup 2009: *Programming: Principles and Practice Using C++*
- Prof. Dr. Claudius Gros, Vorlesung im WS 2021/22: *Advanced*

In der ersten Übungsstunde werden wir uns im PC-Pool mit den Grundlagen des Betriebssystems Linux befassen und sehen, wie man Python Skripte, Jupyter Notebooks und C++ Programme ausführt.

<http://th.physik.uni-frankfurt.de/~hanauske/VPROG/>

Inhalte der Vorlesung

SPIELTHEORIE

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE

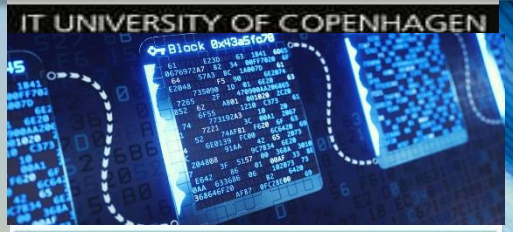
KOMPLEXE NETZWERKE

EVOLUTIONÄRE SPIELTHEORIE AUF
KOMPLEXEN NETZWERKEN

VIRUSAUSBREITUNG AUF KOMPLEXEN
NETZWERKEN

QUANTEN-SPIELTHEORIE

MATTHIAS HANAUSKE
FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN



IT UNIVERSITY OF COPENHAGEN
**EUROPEAN
BLOCKCHAIN
CENTER**

Quantum Game Theory and Social Dilemmas

Diese und einige der folgenden Folien werden teilweise auf Englisch sein, da sie dem Vortrag „Quantum Game Theory and Social Dilemmas“ entstammen, den ich im März 2022 an der IT University of Copenhagen in Dänemark gehalten habe.

*Talk at the IT University of Copenhagen
Organized by the European Blockchain Center
Copenhagen, Denmark
28.03.2022*



Einführung

Key Question

How can one theoretically describe the time dependent evolution of the strategic behavior of an entire group of decision makers?



Theoretical Models used to answer the question:

(Evolutionary) Game Theory

[von Neumann 1928, Nash 1950, Smith 1972, Weibull 1997,
Szabó/Fáth 07]

Theory of complex networks

[Barabasi/Albert 02, Mendes/Dorogovtsev 02, Jackson 10]

Einleitung

- Die Spieltheorie befasst sich mit Entscheidungssituationen, in denen der Erfolg des Einzelnen nicht nur vom eigenen Handeln, sondern auch von den Entscheidungen der anderen beteiligten Spieler (Akteure) abhängt.
- Ökonomische Entscheidungen betreffen in aller Regel nicht nur das Individuum selbst, sondern auch weitere wirtschaftliche Subjekte und deren Entscheidungen.
- Viele Wirtschaftswissenschaftler betrachten die Spieltheorie als die formale Sprache der ökonomischen Theorie.

Ursprünge der Spieltheorie

- Johann (John) von Neumann veröffentlichte im Jahre 1928 die erste Arbeit über Spieltheorie (*J. von Neumann Zur Theorie der Gesellschaftsspiele*, *Mathematische Annalen* 100, 295-300 (1928)). Er war zu dieser Zeit als Privatdozent in Berlin tätig. 1930 übersiedelte er zur Princeton University und wurde dort 1931 Professor.
- Das erste, wegweisende Buch über Spieltheorie und ökonomisches Verhalten wurde 1944 von v. Neumann und Morgenstern veröffentlicht (*J. von Neumann und Oskar Morgenstern Theory of games and economic behaviour*, Princeton University Press, Princeton (1944))

I.1.1 Definition eines Spiels

Die formale mathematische Definition eines *Simultanen (N Spieler)-(m Strategien) Spiels in strategischer Form mit Auszahlung* (siehe z.B. [2,3]) benötigt lediglich die Angabe dreier Größen: Die Menge \mathcal{I} der Spieler, die Menge (der Raum) \mathcal{S} der Strategien der Spieler und ihre Auszahlungsfunktion (Präferenzordnungen) $\$$.

Ein Spiel $\Gamma := (\mathcal{I}, \mathcal{S}, \$)$ in strategischer Form mit Auszahlung ist hinreichend definiert, wenn die folgenden drei Größen bekannt sind:

- Menge der Spieler: $\mathcal{I} = \{1, 2, \dots, N\}$
Die Menge der Spieler \mathcal{I} kann unter Umständen aus unterschiedlichen Teilmengen bestehen, die ihrerseits unterschiedliche Strategiemengen \mathcal{S} besitzen. In sozio-ökonomischen Netzwerken stellen die Spieler die jeweiligen Knoten des Netzwerkes dar (näheres siehe Teil II).
- Menge der reinen Strategien der Spieler: $\mathcal{S} = \mathcal{S}^1 \times \mathcal{S}^2 \times \dots \times \mathcal{S}^N$
Jeder Spieler $\mu \in \mathcal{I}$ besitzt eine eigene Menge an reinen Strategien $\mathcal{S}^\mu = \{s_1^\mu, s_2^\mu, \dots, s_{m_\mu}^\mu\}$, wobei jede dieser m_μ Strategien eine für ihn mögliche Entscheidung darstellt.
- Präferenzordnungen der Spieler, quantifiziert durch eine vektorwertige Auszahlungsfunktion:

$$\$ = (\$,^1, \$^2, \dots, \$^N) : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R}^N$$

Nachdem jeder Spieler (ohne die Entscheidung seiner Mitspieler zu kennen) eine Strategie aus seiner Strategiemenge \mathcal{S}^μ ausgewählt hat, beurteilt er die entstehende Strategienkombination \mathcal{S} entsprechend seiner Präferenzordnung (Auszahlungsfunktion) $\$,^\mu$.

Um diese formale Definition im einzelnen zu erklären, beschränken sich die folgenden Darlegungen auf den einfachsten Fall des simultanen

Spielbaum eines simultanen (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels

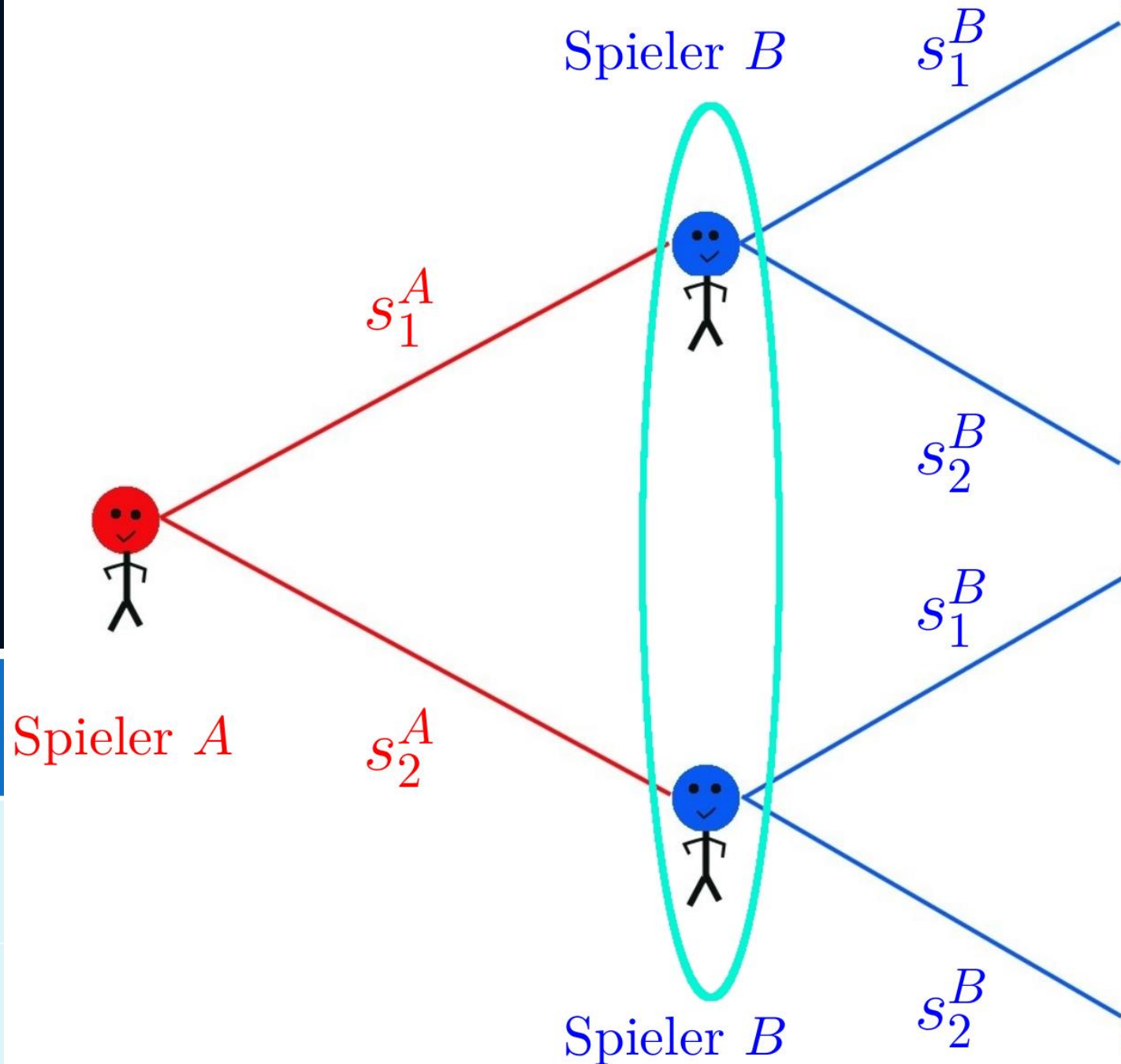
Definition des Spiels:

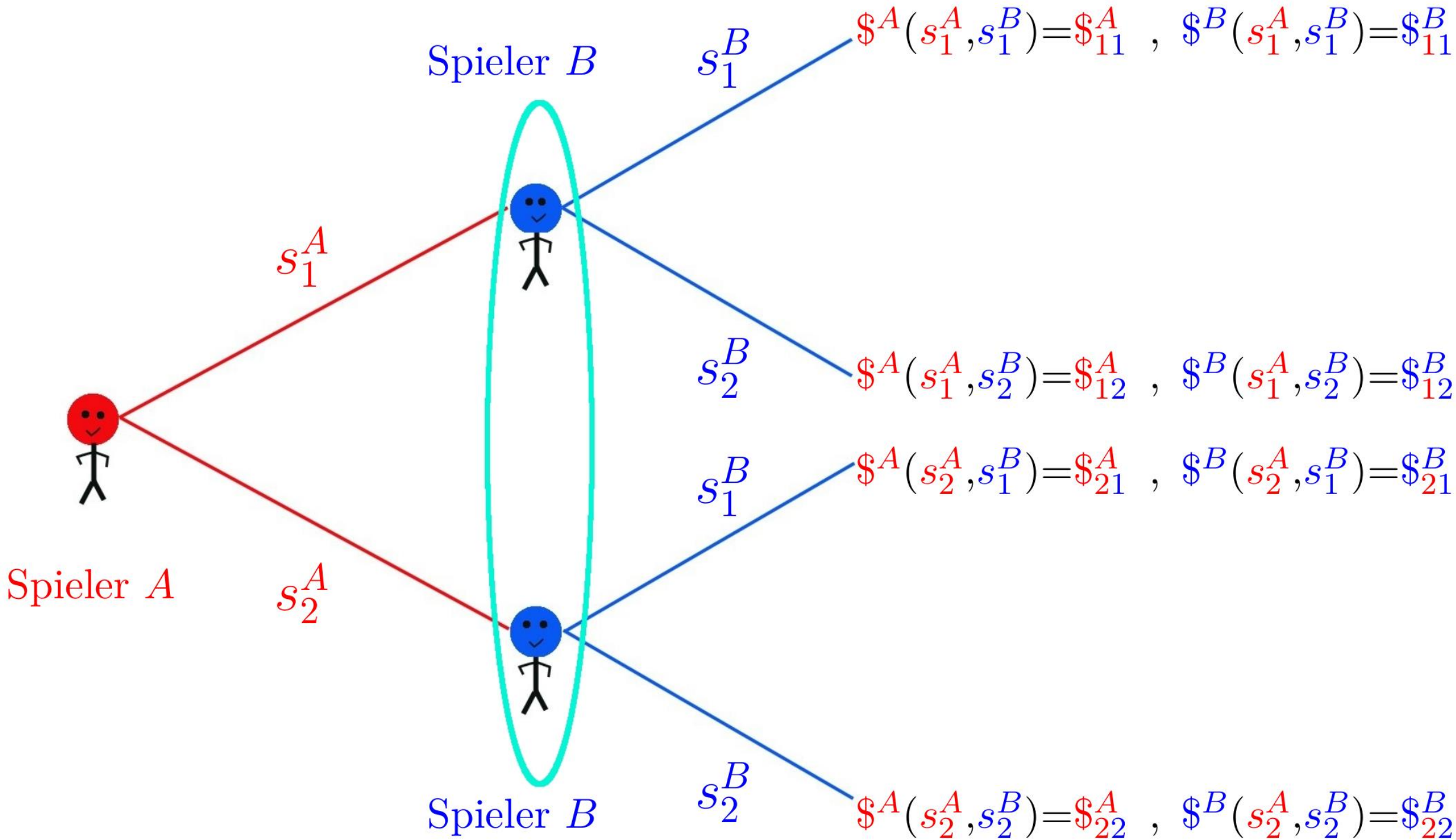
Menge der Spieler: A und B

Menge der Strategien: 1 und 2

Auszahlungstabelle:

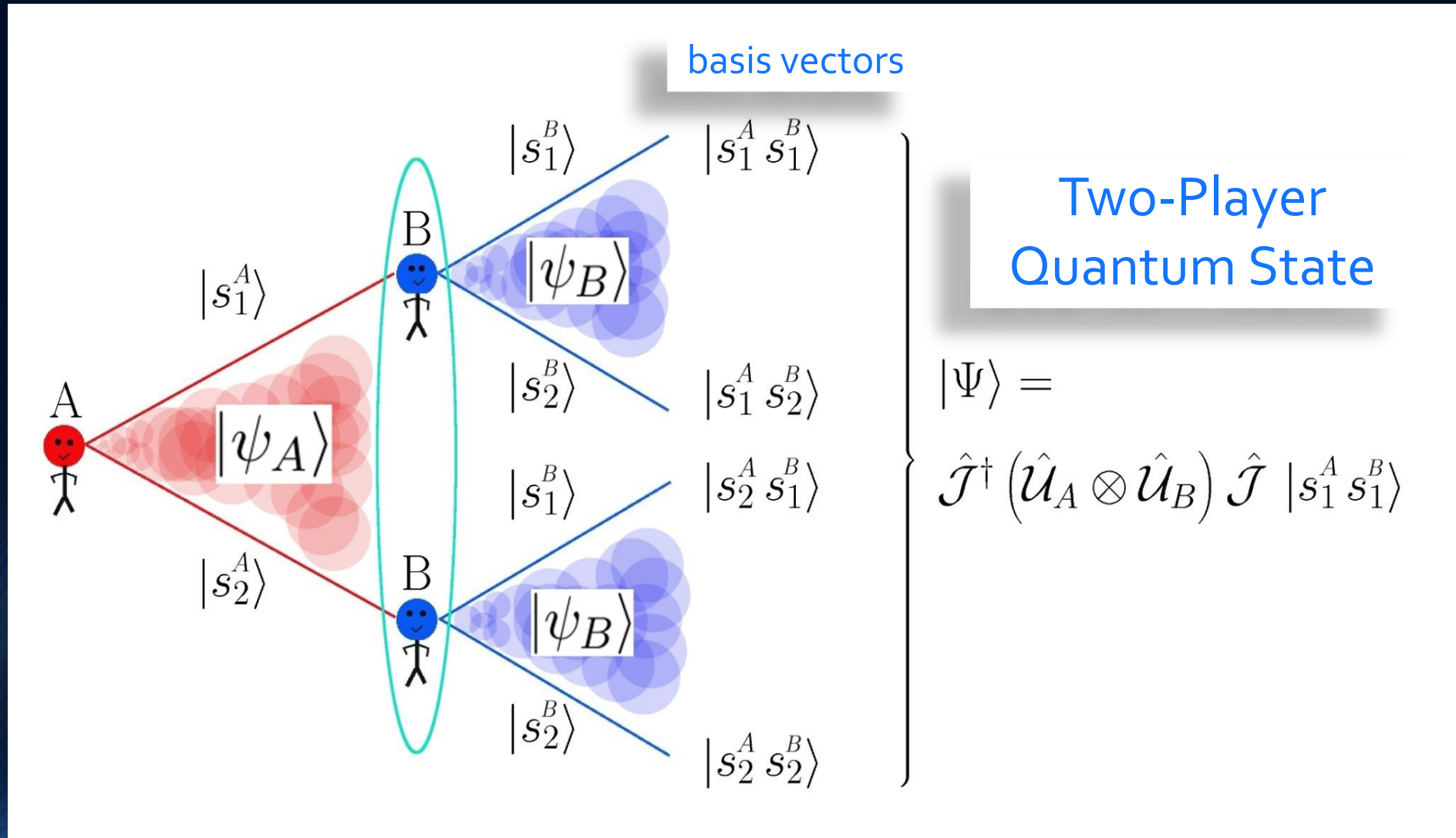
	Spieler B wählt Strategie 1	Spieler B wählt Strategie 2
Spieler A wählt Strategie 1	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{12}^B)$
Spieler A wählt Strategie 2	$(\$_{21}^A, \$_{21}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$





Quantum Games

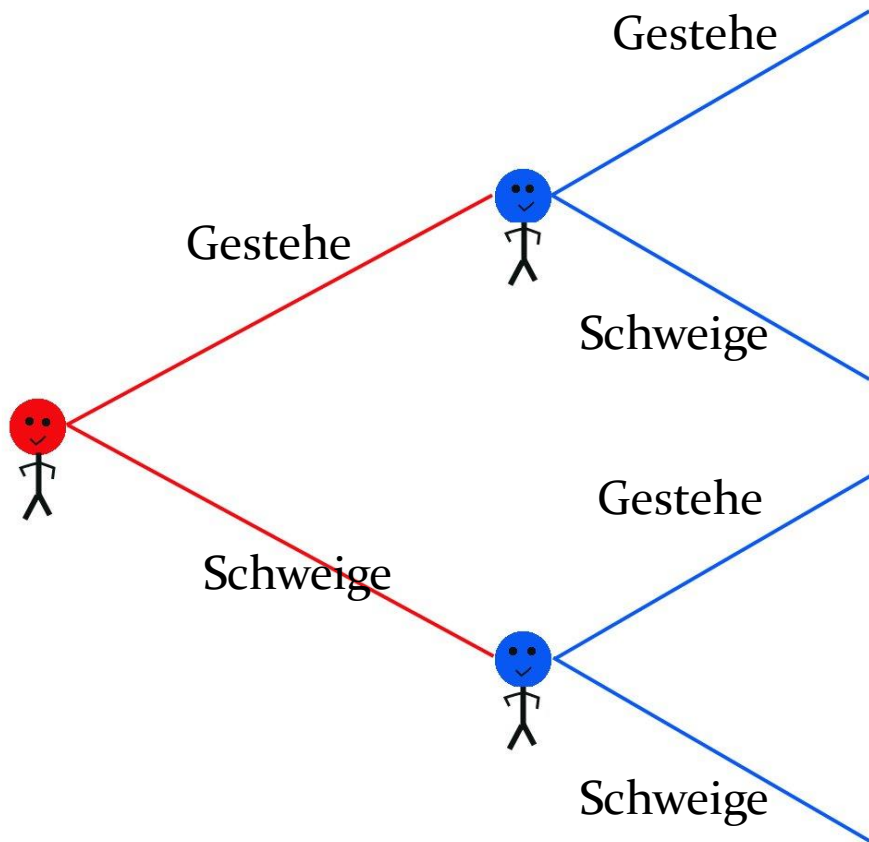
The entangled Two-Player Quantum-Spinor



Through a quantum-theoretical entanglement of the imaginary decision-making paths within an actor network, a population can succeed in escaping a dilemma-like situation if the value of the entanglement exceeds a certain threshold value.

Das Gefangenendilemma

	G	S
G	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
S	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$



Bonnie und Clyde werden nach einem missglückten Banküberfall geschnappt und in verschiedenen Zellen untergebracht. Wenn beide schweigen kann der Staatsanwalt sie nur wegen verbotenen Waffenbesitzes für drei Jahre hinter Gitter bringen. Verrät jedoch einer den anderen, dann bekommt der Geständige als Zeuge der Anklage nur für ein Jahr hinter Gitter – der Nichtgeständige muss dann aber für neun Jahre ins Gefängnis. Gestehen beide, so müssen sie sieben Jahre absitzen.

Das Nash-Gleichgewicht

Ein Nash-Gleichgewicht ist eine Strategienkombination, von der aus kein Spieler einen Vorteil erhalten würde, wenn er von seiner Strategie abweicht. Die Spieler würden keine größere Auszahlung erhalten.

Es gibt ein Nash-Gleichgewicht
in diesem Spiel:

Strategienkombination:
(Aa , Hh)=(Augen auf , Hand hoch)

	$s_1^2 \hat{=} Hh$	$s_1^2 \hat{=} Hr$
$s_1^1 \hat{=} Aa$	(10 , 10)	(0 , 0)
$s_2^1 \hat{=} Az$	(0 , 0)	(0 , 0)

Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma

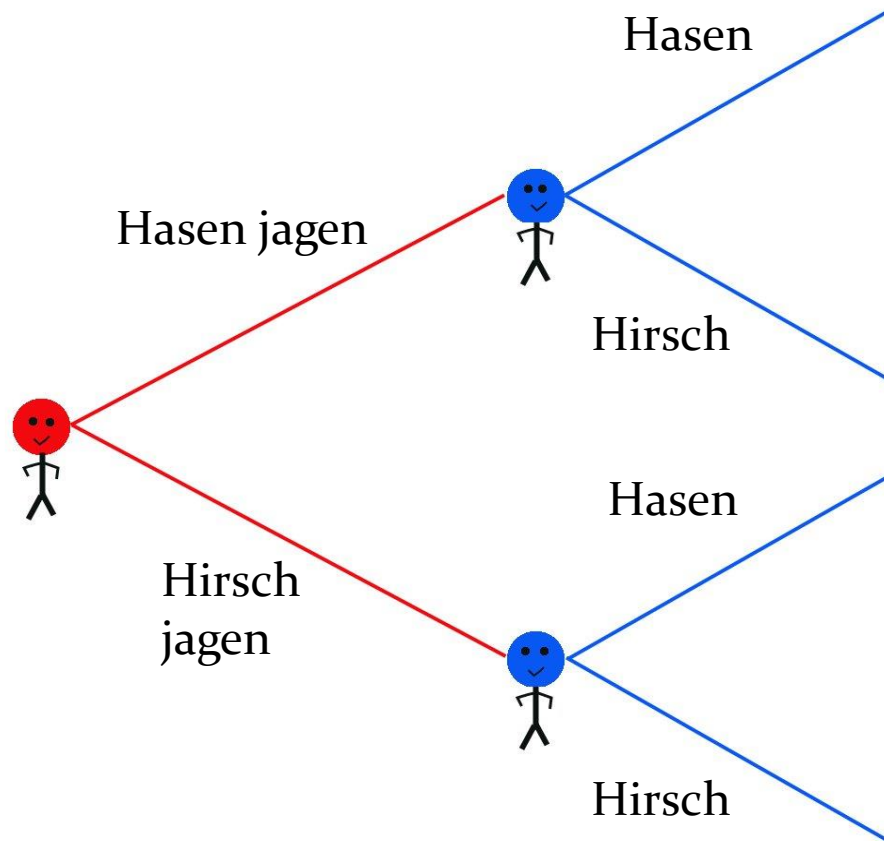
	Spieler B Gestehe	Spieler B Gestehe nicht
Spieler A Gestehe	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
Spieler A Gestehe nicht	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$

Das Nash-Gleichgewicht im Gefangenendilemma ist eine Dominante Strategie

	Spieler B Gestehe	Spieler B Gestehe nicht
Spieler A Gestehe	$(-7, -7)$	$(-1, -9)$
Spieler A Gestehe nicht	$(-9, -1)$	$(-3, -3)$

Rousseaus Hirschjagd - Spiel

	Hasen	Hirsch
Hasen	(2, 2)	(4, 0)
Hirsch	(0, 4)	(5, 5)



Zwei Jägern ist es im Laufe der Jagd gelungen einen Hirsch und vier Hasen einzukreisen. Die Jäger stehen nun vor der Entscheidung die Hasen entkommen zu lassen und gemeinsam den Hirsch zu erlegen oder sofort das Feuer auf die Hasen zu eröffnen. Entscheiden sich beide dafür den Hirsch zu erlegen, dann hat der Hirsch keine Chance. Einen Hirsch kann man für 10 Goldmünzen verkaufen. Entscheiden sich beide für die Hasenjagd, dann erschießt jeder Jäger zwei Hasen, für die man jeweils eine Goldmünze bekommt. Entscheidet sich jedoch nur einer für die Hirschjagd, so kann der Hirsch entkommen und derjenige der sich für die Hasenjagd entschieden hat kann alle vier Hasen erlegen.

Nash-Gleichgewichte im Hirschjagd-Spiel

	Spieler B Hasen jagen	Spieler B Hirsch jagen
Spieler A Hasen jagen	$(2, 2)$	$(4, 0)$
Spieler A Hirsch jagen	$(0, 4)$	$(5, 5)$

The diagram illustrates the Nash equilibria in the stag hunt game. The payoff matrix shows the following outcomes:

- If both players hunt rabbits (Hase jagen), they each receive a payoff of 2.
- If both players hunt stags (Hirsch jagen), they each receive a payoff of 5.
- If one player hunts a rabbit and the other hunts a stag, the rabbit hunter receives 0 and the stag hunter receives 4.

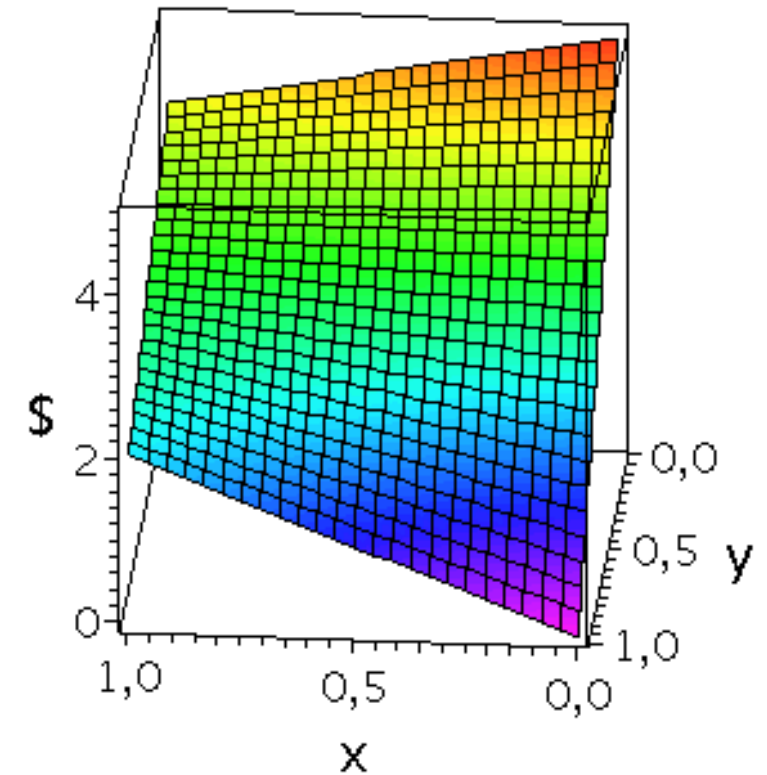
Red arrows indicate that (2, 2) and (4, 0) are not Nash equilibria, as players can improve their payoffs by switching to the other strategy. Blue arrows indicate that (0, 4) and (5, 5) are Nash equilibria, as no player can improve their payoff by unilaterally changing their strategy.

Mixed-strategy payoff function in the stag hunt game

$$\begin{aligned}
 \tilde{\$}^A(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B) &= \tilde{\$}^A(x, y) = \$_{11}^A xy + \$_{12}^A x(1-y) + \$_{21}^A (1-x)y + \$_{22}^A (1-x)(1-y) \\
 &= 2xy + 4x(1-y) + 0(1-x)y + 5(1-x)(1-y) \\
 &= 2xy + 4x - 4xy + 5 - 5x - 5y + 5xy \\
 &= 3xy - x - 5y + 5
 \end{aligned}$$

	Spieler B Hasen jagen	Spieler B Hirsch jagen
Spieler A Hasen jagen	(2, 2)	(4, 0)
Spieler A Hirsch jagen	(0, 4)	(5, 5)

Auszahlung an Spieler A

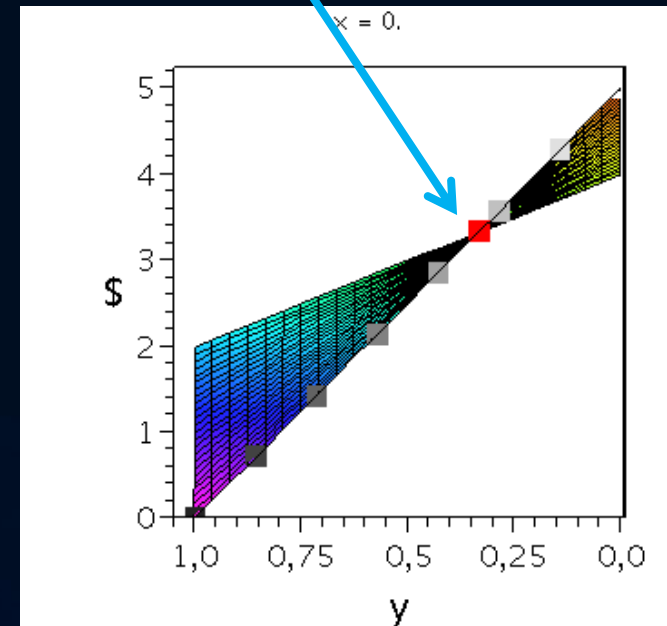
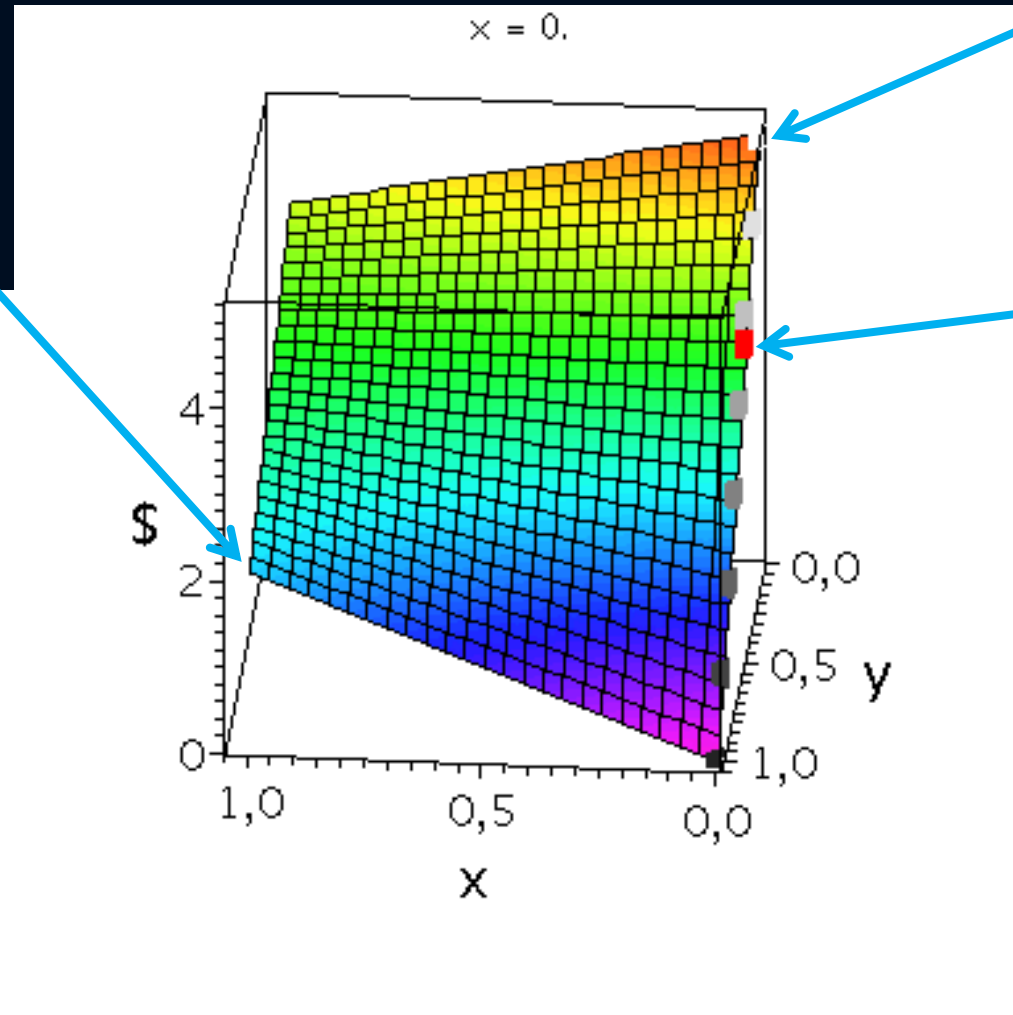
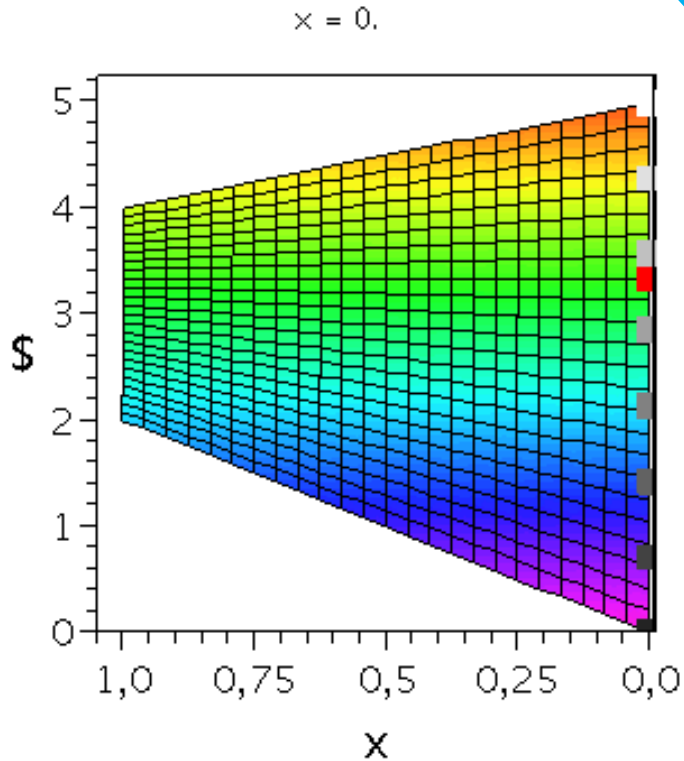


Three Nash equilibria in the stag hunt game

Pure Nash equilibrium
 $(x,y)=(1,1)=$
(hunt hares, hunt hares)

Pure Nash equilibrium
 $(x,y)=(0,0)=($ hunt stag, hunt stag)

Mixed strategy
Nash equilibrium
 $(x,y)=(1/3, 1/3)$

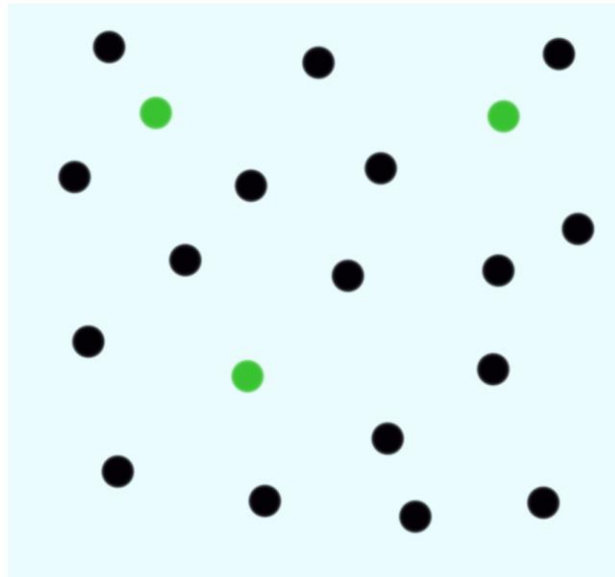


Origins of evolutionary game theory

- The article published by Maynard Smith in 1972 (J. Maynard Smith “Game theory and the evolution of fighting”, In "On Evolution", pp. 8-28. Edingburgh University Press, Edinburgh, 1972) is generally considered to be the first game theory approach of Evolutionary Game theory. Smith describes in the article how one can extract the biological, dynamic evolution of organisms from the Nash equilibria of symmetrical (2x2) games. He shows how the dynamic evolution of the frequency distribution of organisms ends in a stable state - the so-called *evolutionarily stable strategy*.

Evolutionäre Spieltheorie

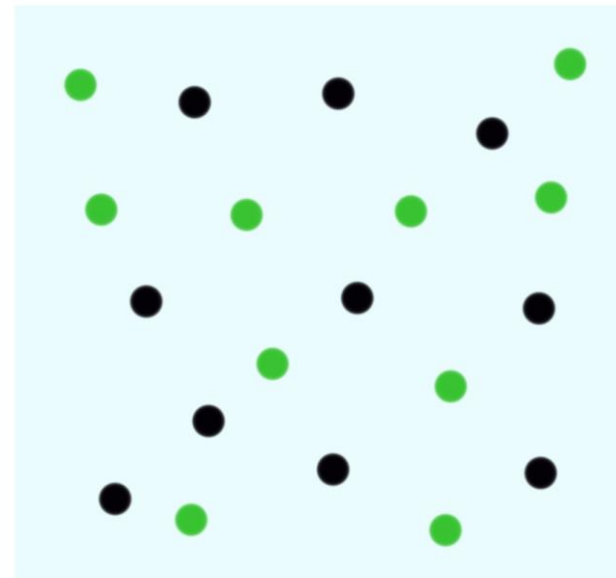
Die evolutionäre Spieltheorie betrachtet die zeitliche Entwicklung des strategischen Verhaltens einer gesamten Spielerpopulation.



$$x(0)=0.15$$



zeitliche
Entwicklung
der
Population

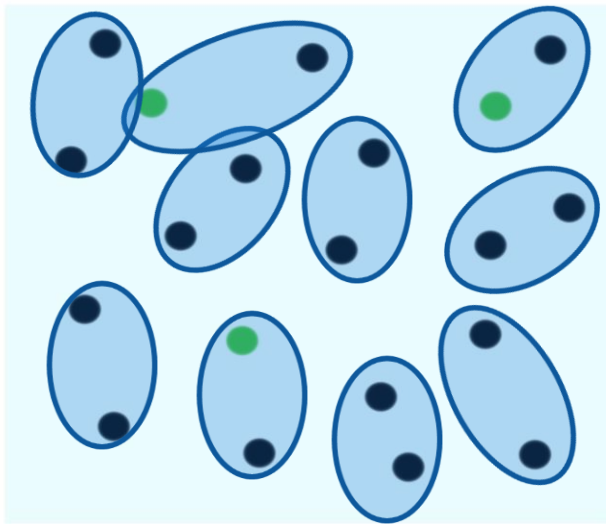


$$x(10)=0.5$$

Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.

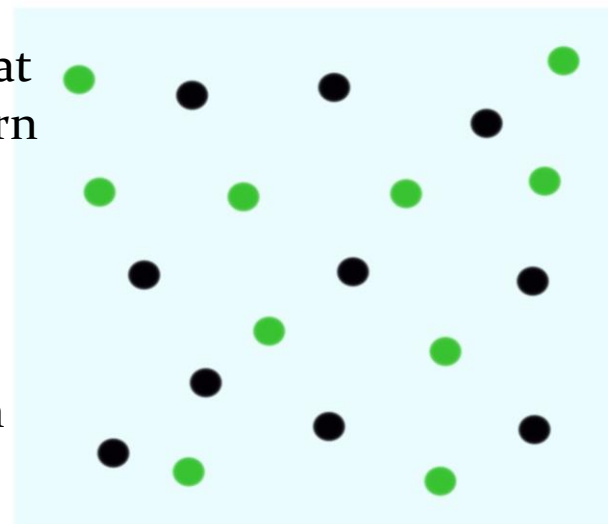
Evolutionäre Spieltheorie

Die einzelnen Akteure innerhalb der betrachteten Population spielen ein andauernd sich wiederholendes Spiel miteinander, wobei sich jeweils zwei Spieler zufällig treffen, das Spiel spielen und danach zu dem nächsten Spielpartner wechseln .



$$x(0) = 0.15$$

Die Anfangspopulation von Spielern spielt zum Zeitpunkt $t=0$ das erste Mal das Spiel. Die Spieler wählen im Mittel zu 15% die grüne Strategie.



$$x(10) = 0.5$$

Das evolutionäre Spiel schreitet voran und die grüne Strategie wird für die Spieler zunehmend attraktiver. Zum Zeitpunkt $t=10$ spielen schon 50% grün.

Evolutionary Game Theory

and Replicator Dynamics

Das im rechten Panel dieser Vorlesung dargestellte System von gekoppelten nichtlinearen Differentialgleichungen erster Ordnung beschreibt die evolutionäre Dynamik der deterministischen evolutionären Spieltheorie (Replikatordynamik). Die zeitliche Veränderung der Populationsvektoren $\vec{x}^A(t) = (x_1^A(t), x_2^A(t), \dots, x_{m_A}^A(t))$ und $\vec{x}^B(t) = (x_1^B(t), x_2^B(t), \dots, x_{m_B}^B(t))$ spiegelt die in der jeweiligen Gruppe vorherrschende Strategiewahl zum Zeitpunkt t wider. In expliziter Formulierung hat die Gleichung das folgende Aussehen:

$$\begin{aligned} \frac{dx_i^A(t)}{dt} &= \left[\underbrace{\sum_{l=1}^{m_B} \mathcal{S}_{il}^A x_l^B(t)}_{\text{Fitness der Strategie i}} - \underbrace{\sum_{l=1}^{m_B} \sum_{k=1}^{m_A} \mathcal{S}_{kl}^A x_k^A(t) x_l^B(t)}_{\text{Durchschn. Fitness der Population A}} \right] x_i^A(t) \quad (1) \\ \frac{dx_j^B(t)}{dt} &= \left[\underbrace{\sum_{l=1}^{m_A} \mathcal{S}_{lj}^B x_l^A(t)}_{\text{Fitness der Strategie j}} - \underbrace{\sum_{l=1}^{m_A} \sum_{k=1}^{m_B} \mathcal{S}_{lk}^B x_l^A(t) x_k^B(t)}_{\text{Durchschn. Fitness der Population B}} \right] x_j^B(t) \quad , \end{aligned}$$

wobei $x_i^A(t)$, $i = 1, 2, \dots, m_A$ und $x_j^B(t)$, $j = 1, 2, \dots, m_B$ die Anteile der in den Spielergruppen A und B zur Zeit t gewählten Strategien widerspiegeln und in der Soziobiologie den Frequenzen der *Quasispezies* entsprechen. Durch eine

$(\hat{A} \quad (\hat{B})^T$

Evolutionary Game Theory

and Replicator Dynamics

Bi-Matrix Games

$$\frac{dx(t)}{dt} = g_A(x, y) \quad , \quad \frac{dy(t)}{dt} = g_B(x, y)$$

$$g_A(x, y) := \left[(\$_{11}^A + \$_{22}^A - \$_{12}^A - \$_{21}^A) y(t) + (\$_{12}^A - \$_{22}^A) \right] \left(x(t) - (x(t))^2 \right)$$

$$g_B(x, y) := \left[(\$_{11}^B + \$_{22}^B - \$_{12}^B - \$_{21}^B) x(t) + (\$_{12}^B - \$_{22}^B) \right] \left(y(t) - (y(t))^2 \right)$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = \left[(\$_{11} - \$_{21})(x - x^2) + (\$_{12} - \$_{22})(1 - 2x + x^2) \right] x(t)$$

$$=: g(x)$$

Two-strategy symmetric Games

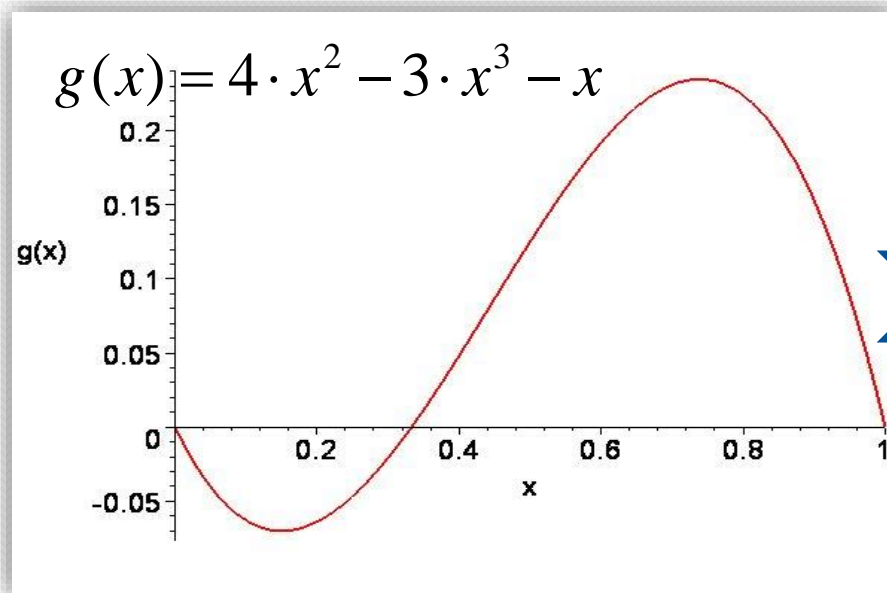
Replicator dynamics (for the stag hunt game)

	Hares	Stag
Hares	(2, 2)	(4, 0)
Stag	(0, 4)	(5, 5)

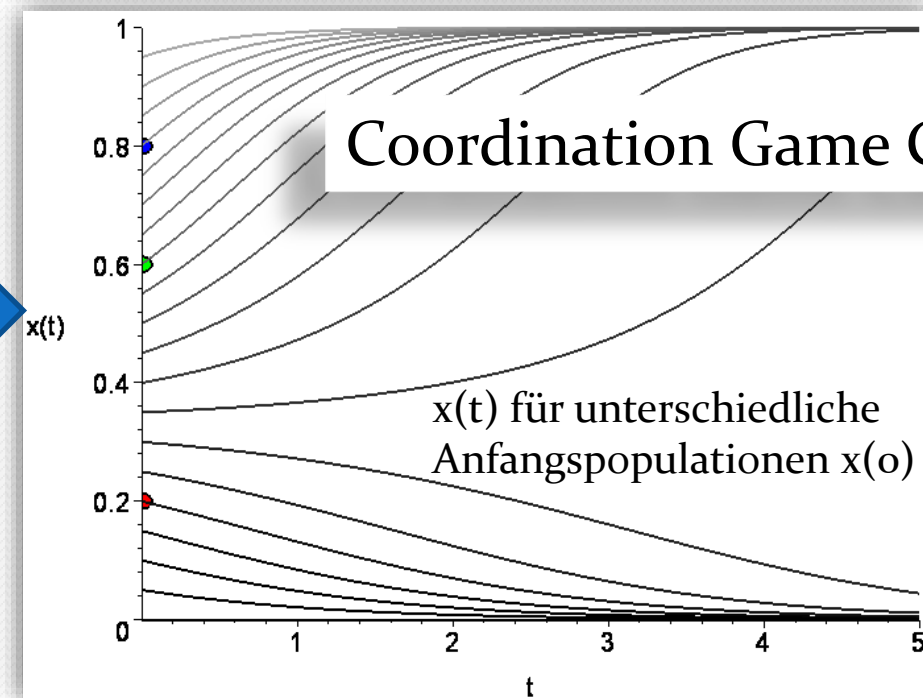
Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Hirschjagd-Spiel lautet:

$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 4 \cdot (x(t))^2 - 3 \cdot (x(t))^3 - x(t) = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((2 - 0) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (5 - 4) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$



Beispiel: Hirschjagd-Spiel
 $g(x) = g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt



Replicator dynamics

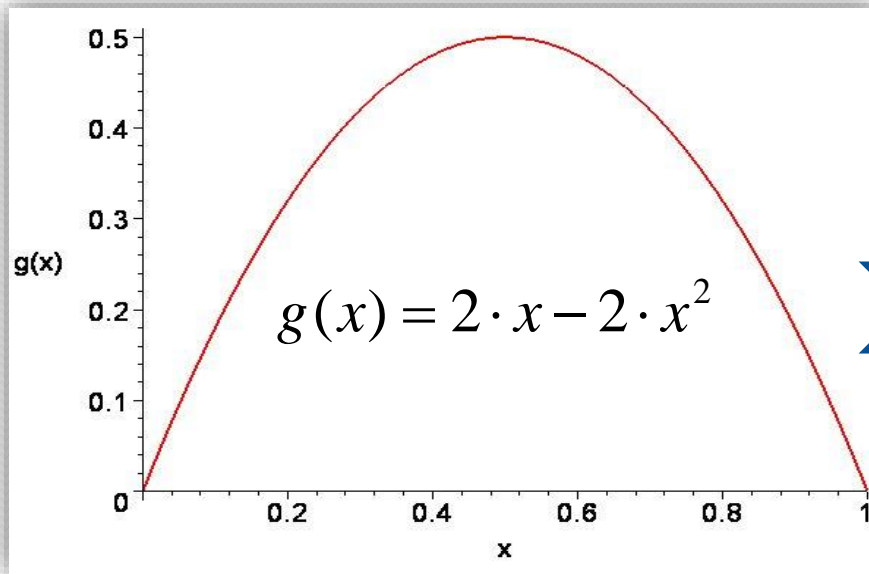
(for the Prisoners Dilemma)

Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Gefangenendilemma lautet:

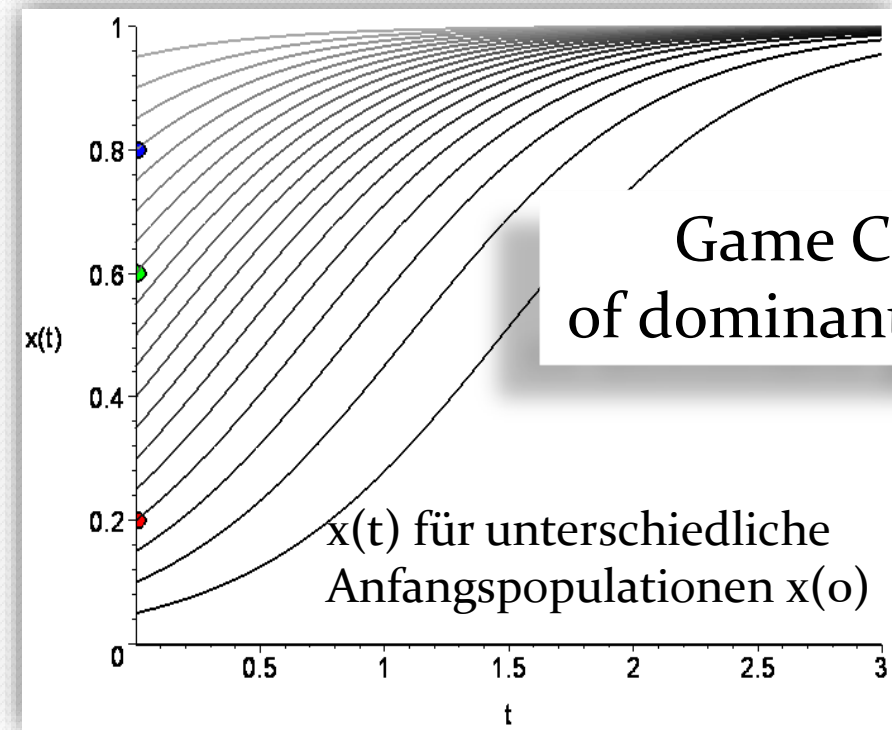
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 2 \cdot x(t) - 2 \cdot (x(t))^2 = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((-7 - (-9)) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (-3 - (-1)) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Ge	Sc
Ge	(-7, -7)	(-1, -9)
Sc	(-9, -1)	(-3, -3)



Beispiel: Gefangenendilemma
 $g(x)=g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt



Replicator dynamics

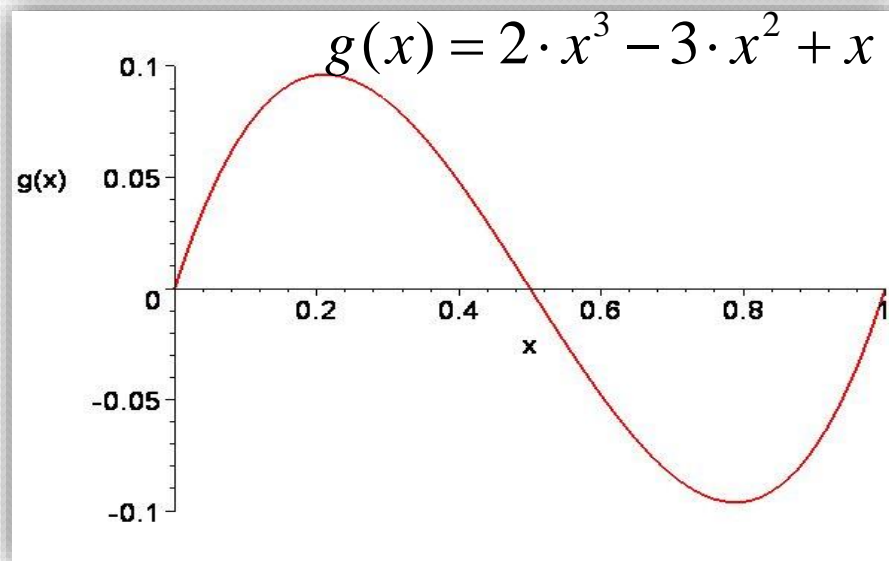
(for the chicken game)

Die Differentialgleichung der Replikatorodynamik für das Angsthasen-Spiel lautet:

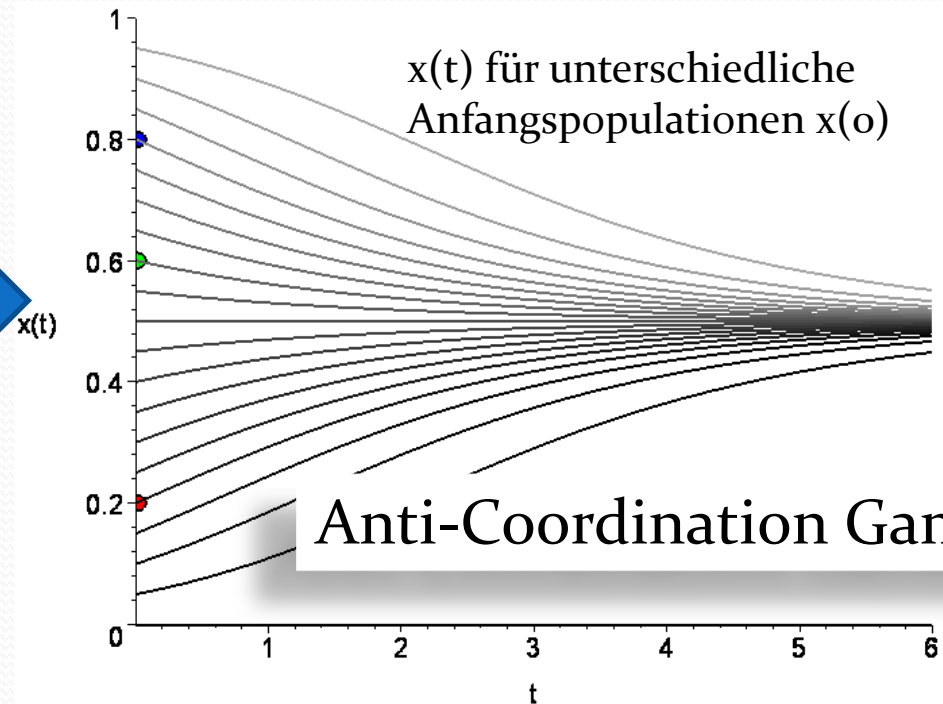
$$\dot{x}(t) := \frac{dx(t)}{dt} = 2 \cdot (x(t))^3 - 3 \cdot (x(t))^2 + x(t) = g(x(t))$$

$$g(x(t)) := x(t) \cdot \left((-1 - 0) \cdot (x(t) - x(t)^2) + (1 - 2) \cdot (2 \cdot x(t) - 1 - x(t)^2) \right)$$

	Springe nicht	Springe
Springe nicht	(-1, -1)	(2, 0)
Springe	(0, 2)	(1, 1)



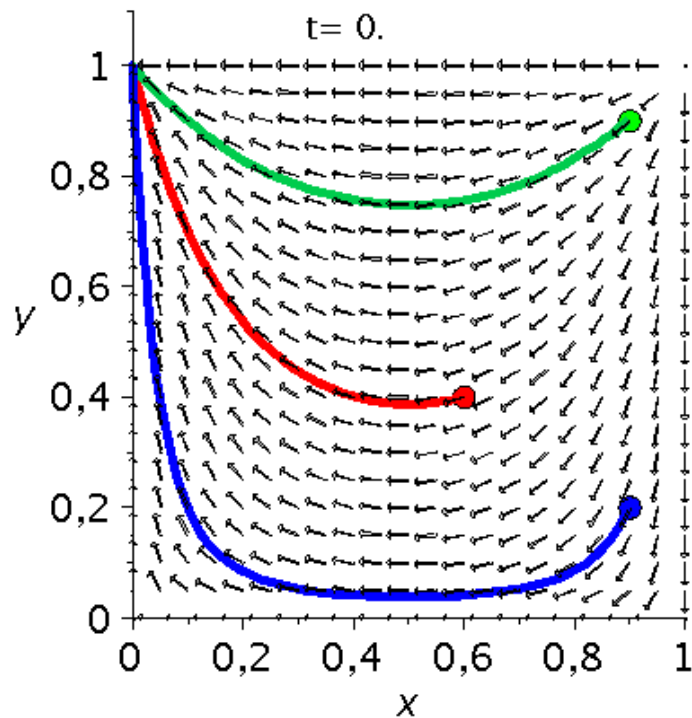
Beispiel: Angsthasen-Spiel
 $g(x)=g(x(t))$ im Bereich $[0,1]$ dargestellt



Classification of Bi-Matrix Games

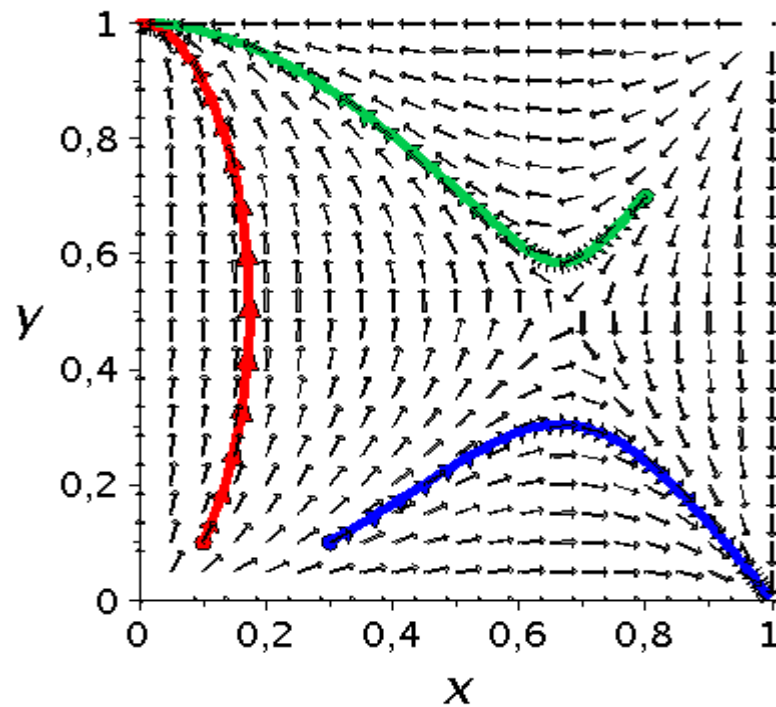
Corner Class

One of the individual Classes of group A or group B is a dominant game



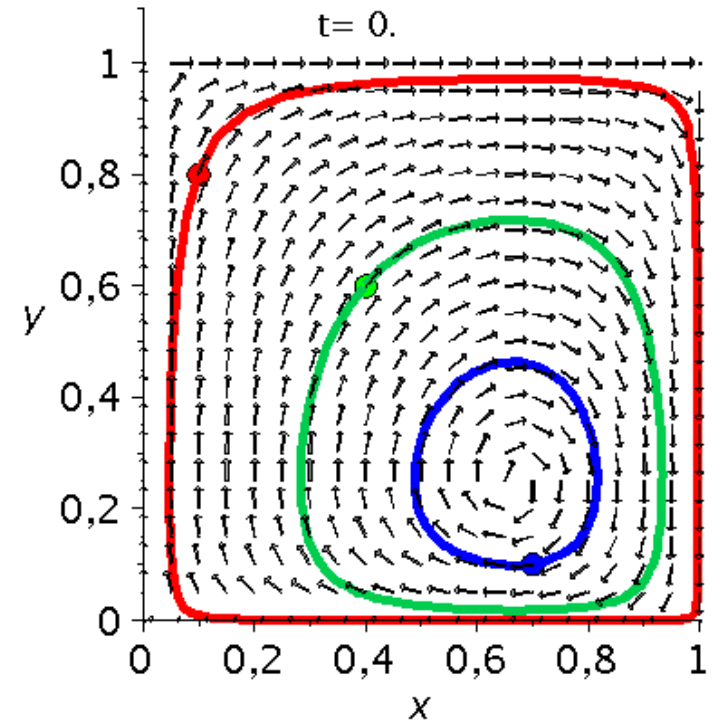
Saddle Point Class

Game A: Coordination Game
 Game B: Coordination Game
 or
 Game A: Anti-Coordination Game
 Game B: Anti-Coordination Game

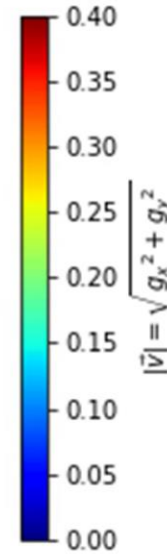
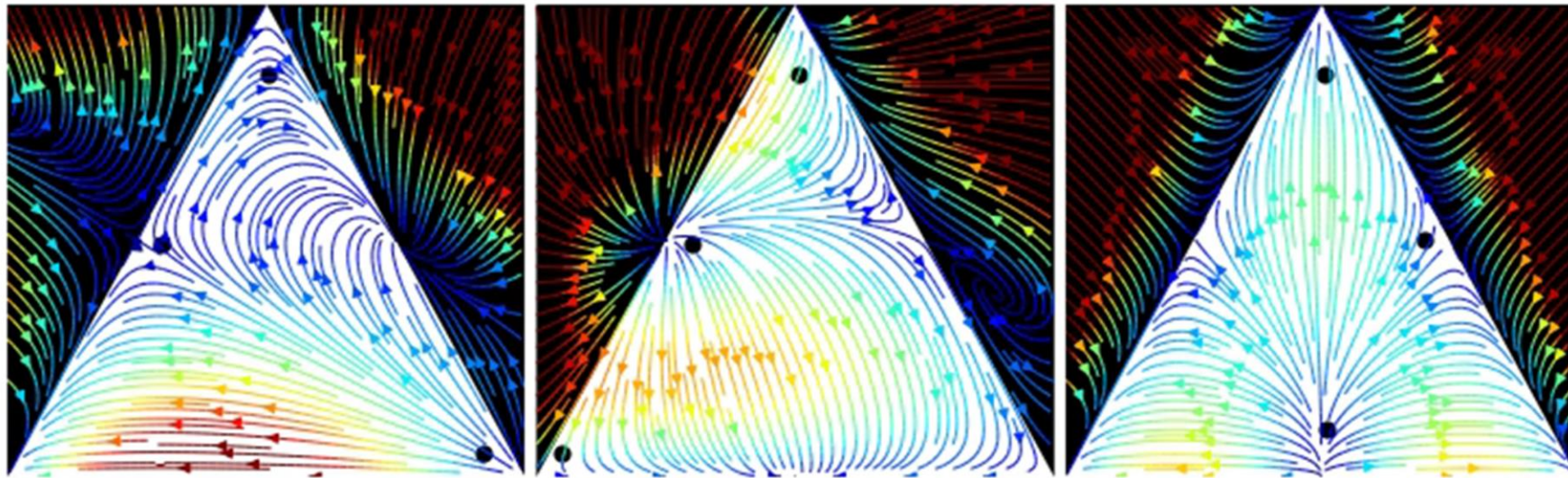


Center Class Games

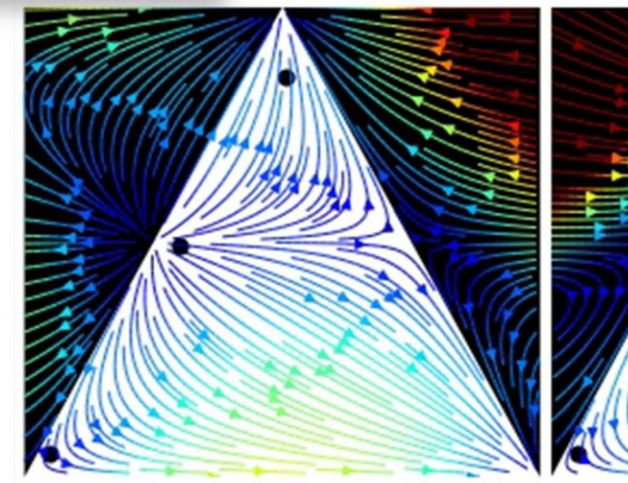
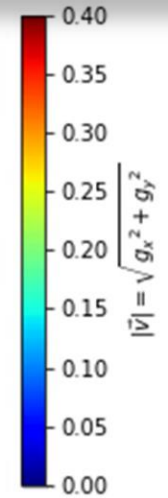
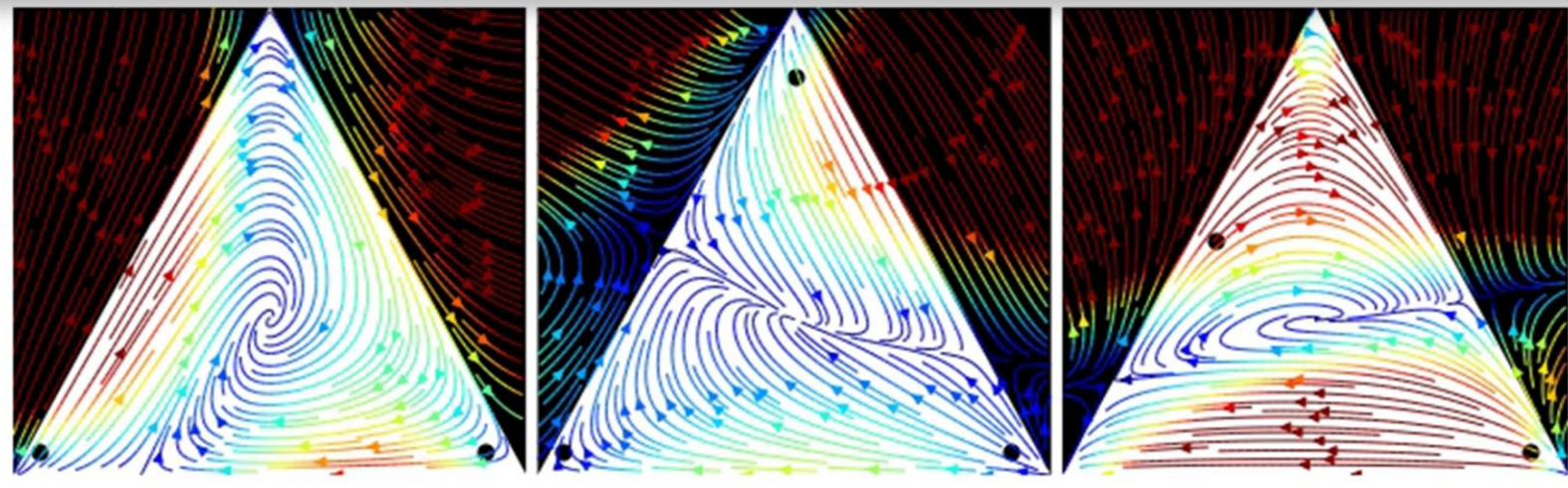
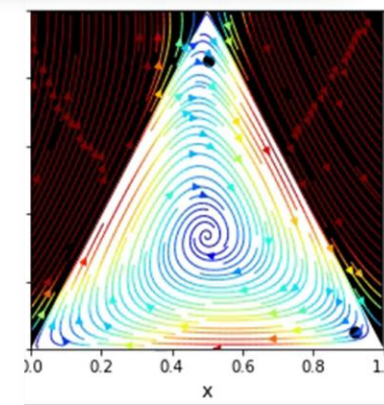
Game A: Coordination Game
 Game B: Anti-Coordination Game
 or
 Game A: Anti-Coordination Game
 Game B: Coordination Game



Classification of symmetric 3-Strategy Games



19- different game classes



Evolutionary Game Theory Applications

Biology:

Distribution of bacteria in organisms

See for example: Kerr, Feldmann, Nature 2002

Cooperation of virus populations

See for example: Turner, Chao, Nature 1999

Mating strategies of lizards

See for example: Sinervo, Hazard, Nature 1996

Evolutionary dynamics of macromolecules

See for example: Eigen, Schuster, Naturwissenschaften 64, 1977

Economics:

"Public Goods" - Games

Elinor Ostrom, Trust in Private and Common Property Experiments

C. Clemens and T. M. Perfunke, Evolutionary Dynamics in Public Good Games, Computational Economics (2006) 28: 399-420

M. Kosfeld, A. Okada and A. Riedl, Institution Formation in Public Goods Games, American Economic Review, 2009, 99:4, 1335-1355

Experimental economics

Elinor Ostrom et al., Cooperation in PD games: Fear, greed, and history of play, Public Choice 106: 137-155, 2001.

Behavioral economics (altruism, empathy, ...)

See for example articles by Fehr et al.

Evolution of information networks

S. Bernius, M. Hanauske, B. Dugall, W.König, Exploring the Effects of a Transition to Open Access, Journal of the American Society for Information Science and Technology, accepted for publication (2012)

Social science:

Social learning, Cultural and moral evolution

Evolution of social learning does not explain the origin of human cumulative culture, M. Enquist, S. Ghirlanda, *Journal of Theoretical Biology* 246 (2007)

Evolution of moral norms, W. Harms and B. Skyrms, *Oxford Handbook on the Philosophy of Biology*

Evolution of language

Finite populations choose language at best, C. Pavlovich, *Journal of Theoretical Biology* 249 (2007) 606-616

Evolution of social norms

Collective Action and the Evolution of Social Norms, E. Ostrom, *The Journal of Economic Perspectives*, vol 14, no. 3 (2000), p. 137-158

Evolution of social networks

Governing Social-Ecological Systems, M. A. Janssen and E. Ostrom

A General Framework for Analyzing Sustainability of Social-Ecological Systems, E. Ostrom, et al., *Science* 325, 419 (2009)

DPG Spring Meeting Berlin, March 25 - 30, 2012

SCOPE

- Financial Markets and Risk Management
- Economic Models and Evolutionary Game Theory
- Traffic Dynamics, Urban and Regional Systems
- Social Systems, Opinion and Group Dynamics
- Networks: From Topology to Dynamics

KEYNOTE TALK

H. Eugene Stanley
(Boston, USA)

“Interdependent Networks and Switching Phenomena”

YOUNG SCIENTIST AWARD FOR SOCIO- AND ECONOPHYSICS*

Keynote Speaker: **Stefan Thurner** (Wien, A)
“The Role of Agent Based Models in Understanding Human Societies”

TUTORIAL “Scientific Writing”**

Hernan Rozenfeld (APS, USA)
Tim Smith (IOP Publishing, UK)

INVITED TALKS

Thilo Gross (Bristol, UK) “Adaptive Networks of Opinion Formation in Humans and Animals”

Marc Hütt (Bremen) “Common Design Principles of Metabolic Networks and Industrial Production”

FOCUS SESSION: BIG DATA**

Rosario Mantegna (Palermo, IT)
“Econophysics and Social Research with Large Sets of Data”

Philip Trelaven (London, UK)
“Experimental Computational Finance & Big Data Environment”

Tiziana Di Matteo (London, UK)
“Embedding High Dimensional Data on Networks”

Michael Batty (London, UK)
“Cities and Complexity”

FOCUS SESSION: MODELS OF WAR, CONFLICT AND REVOLUTIONS

Neil Johnson (Miami, USA)
“Escalation, Timing and Severity of Insurgent and Terrorist Events: Robust Patterns and a Generic Model”

Aaron Clauset (Boulder, USA)
“Fatality Dynamics and the Limits of Civil and Interstate Wars”

Ravinder Bhavnani (Geneva, CH)
“Group Segregation and Urban Violence”

**Sessions are organized with the jDPG

Tutorial

SOE 1.1 Sun 16:00–18:00 HSZ 04 **Collective Dynamics of Firms: A Statistical Physics Approach** — ●FRANK SCHWEITZER

Focus Session: Swarm Intelligence

SOE 2.1 Mon 10:15–10:45 GÖR 226 **Social Media and Attention** — ●BERNARDO HUBERMAN
SOE 2.2 Mon 10:45–11:15 GÖR 226 **Mobilizing society with a red balloon** — ●RILEY CRANE
SOE 2.3 Mon 11:15–11:45 GÖR 226 **Collective behaviour and swarm intelligence** — ●JENS KRAUSE

Focus Session: GPU-Computing (with DY)

SOE 5.1 Mon 14:00–14:30 GÖR 226 **Applications of GPU-Computing in Statistical Physics** — ●PETER VIRNAU
SOE 5.2 Mon 14:30–15:00 GÖR 226 **Accelerating Monte Carlo Simulations in Statistical Physics with GPU's** — ●DAVID LANDAU

Focus Session: Experimental Methods

SOE 10.1 Tue 13:30–14:00 GÖR 226 **Complex Economic Systems in the Laboratory** — ●CARS HOMMES
SOE 10.2 Tue 14:00–14:30 GÖR 226 **Multiplicative Cascades: How to model trip within cities** — ●MARTA C. GONZÁLEZ
SOE 10.3 Tue 14:30–15:00 GÖR 226 **Human behavior on networks: lessons and perspectives from game theory** — ●ANGEL SÁNCHEZ
SOE 10.4 Tue 15:00–15:30 GÖR 226 **Measuring Happiness** — ●PETER S. DODDS

Young Scientist Award for Socio- and Econophysics

SOE 8.1 Mon 17:00–17:45 HSZ 02 **Dragon-kings versus black swans: diagnostics and forecasts for the on-going world financial crisis** — ●DIDIER SORNETTE
SOE 8.1 Mon 18:00–18:30 HSZ 02 **Community structure in networks and statistical physics of social dynamics** — ●SANTO FORTUNATO

Joint Symposium on Foundations and Perspectives of Climate Engineering (with AKE, UP)

See SYCE for the full program of the symposium.

SYCE 1.1 Tue 10:30–11:00 HSZ 01 **Oceanic carbon-dioxide removal options: Potential impacts and side effects** — ●ANDREAS OSCHLIES
SYCE 1.2 Tue 11:00–11:30 HSZ 01 **Climate Engineering through injection of aerosol particles into the atmosphere: physical insights into the possibilities and risks** — ●MARK LAWRENCE
SYCE 1.3 Tue 11:30–12:00 HSZ 01 **Geoengineering - will it change the climate game?** — ●TIMO GOESCHL
SYCE 1.4 Tue 12:00–12:30 HSZ 01 **The gamble with the climate - an experiment** — ●MANFRED MILINSKI

Plenary Talks related to SOE

PV X Thu 8:30–9:15 H1 **Complex Networks: From Statistical Physics to the Cell** — ●ALBERT LASZLO BARABASI

Tutorial

SOE 1.1 Sun 16:00–18:00 H10 **Time Series Analysis in Sociophysics and Econophysics** — ●JOHANNES J. SCHNEIDER, ●TOBIAS PREIS

Invited Talks

SOE 2.1 Mon 9:30–10:15 H44 **Don't panic! - The physics of pedestrian dynamics and evacuation processes** — ●ANDREAS SCHAUSCHNEIDER
SOE 7.1 Tue 9:30–10:00 H44 **Humans playing spatial games** — ●ARNE TRAUlsen
SOE 12.1 Wed 9:30–10:15 H44 **The hidden complexity of open source software** — ●FRANK SCHWEITZER
SOE 17.1 Thu 9:30–10:15 H44 **Wave localization in complex networks** — ●JAN W. KANTELHARDT
SOE 22.1 Fri 9:30–10:15 H44 **Hypergraphs and social systems** — ●GUIDO CALDARELLI

Focus Session: Science of Science

SOE 4.1 Mon 13:30–14:00 H44 **Following the actors: individual and collective behavior in epistemic landscapes** — ●ANDREA SCHARNHORST
SOE 4.2 Mon 14:00–14:30 H44 **Tracking science in real-time from large-scale usage data.** — ●JOHAN BOLLEN
SOE 4.3 Mon 14:45–15:15 H44 **Mapping change in science** — ●MARTIN ROSVALL, CARL BERGSTROM
SOE 4.4 Mon 15:15–15:45 H44 **Statistical physics of citation behavior** — ●SANTO FORTUNATO

Quantum Game Theory and Social Dilemmas

INTRODUCTION

CLASSICAL EVOLUTIONARY GAME THEORY

EVOLUTIONARY GAME THEORY
ON COMPLEX NETWORKS

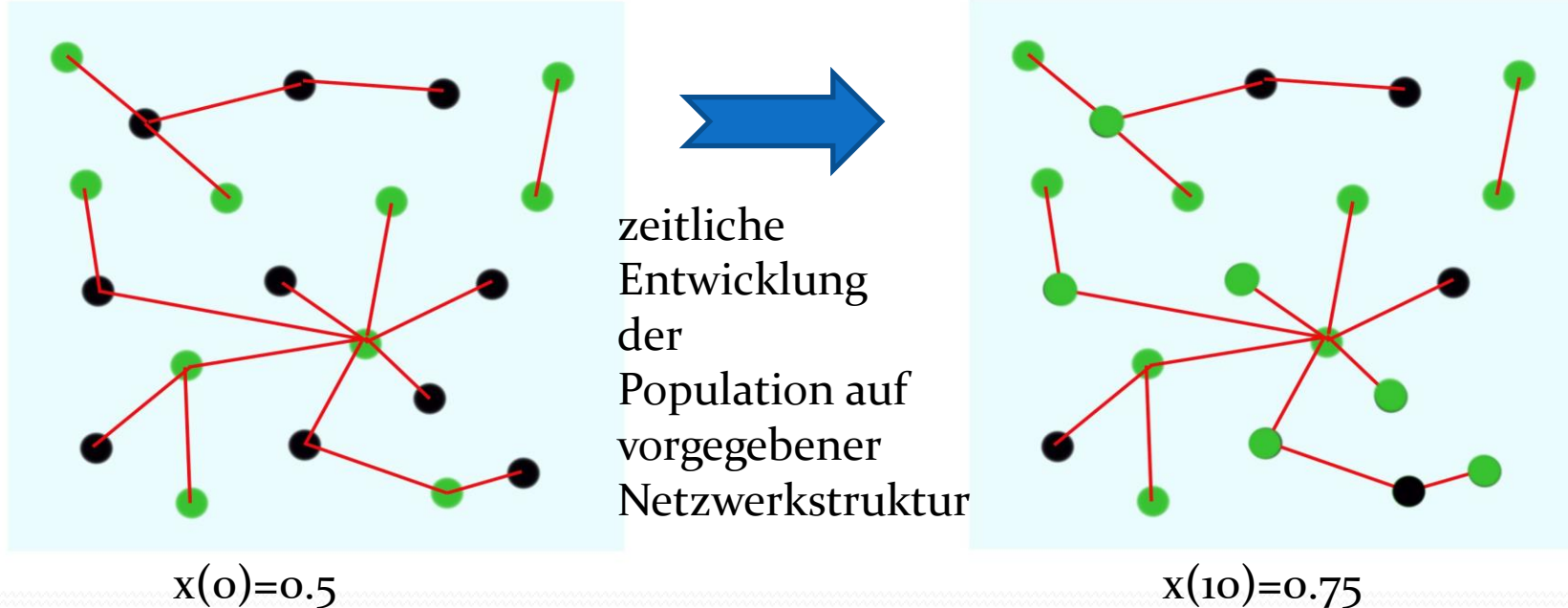
QUANTUM GAME THEORY

EVOLUTIONARY QUANTUM GAME THEORY
ON COMPLEX NETWORKS

SOCIAL DILEMMAS AND QUANTUM GAME THEORY

Evolutionäre Spieltheorie auf komplexen Netzwerken

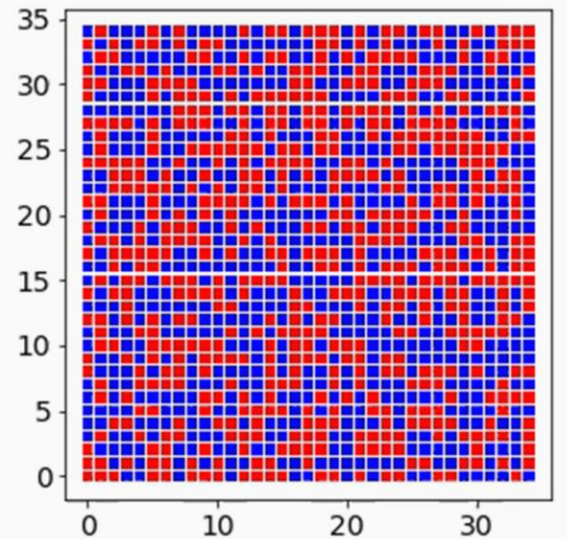
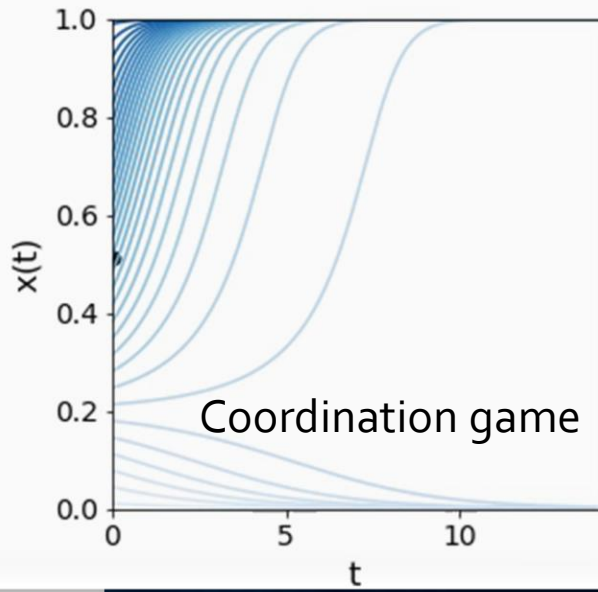
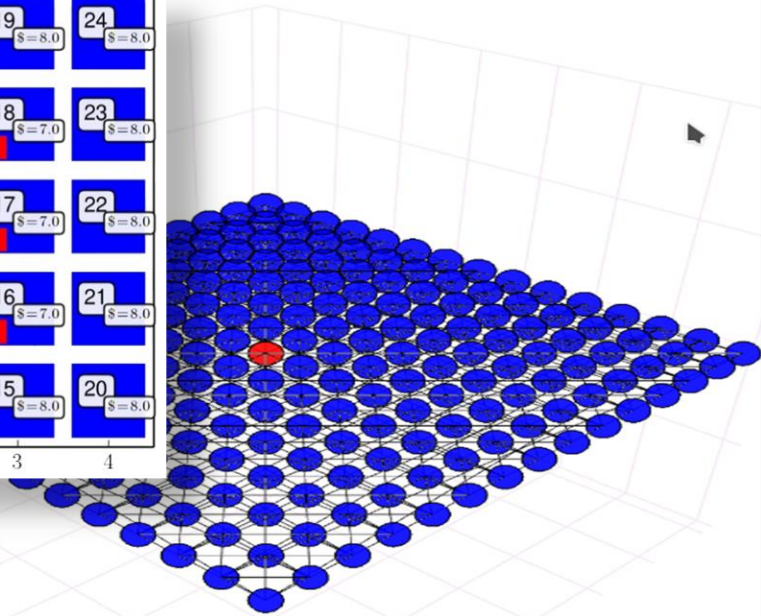
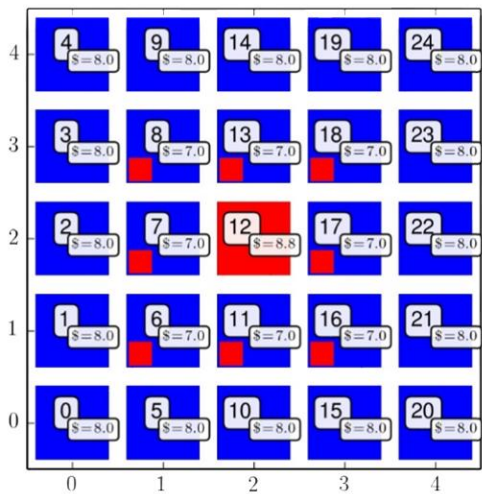
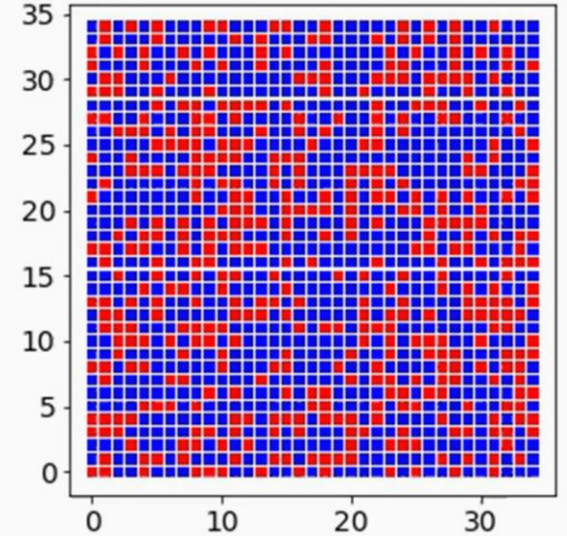
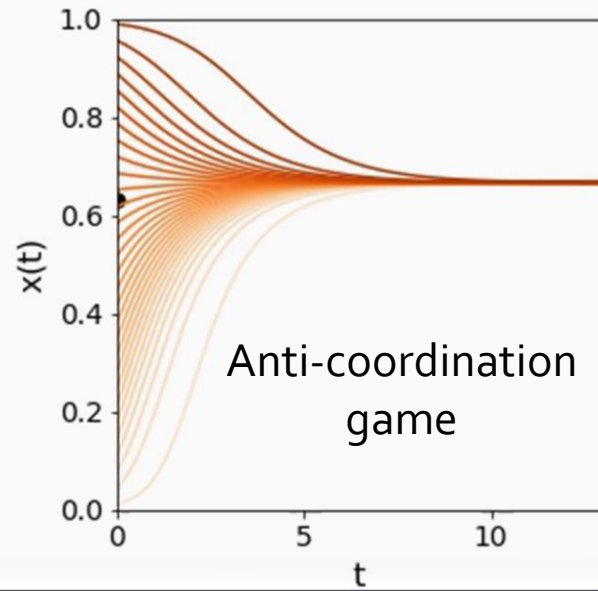
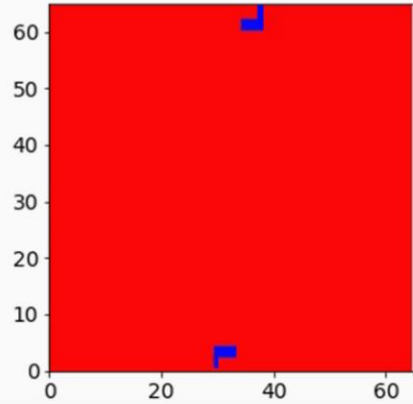
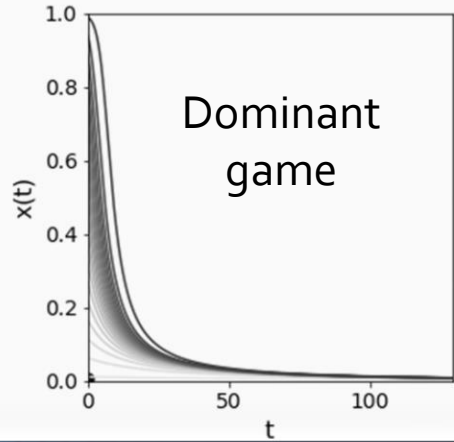
Viele in der Realität vorkommende evolutionäre Spiele werden auf einer definierten Netzwerkstruktur (Topologie) gespielt. Die Spieler der betrachteten Population sind hierbei nicht gleichwertig, sondern wählen als Spielpartner nur mit ihnen durch das Netzwerk verlinkte (verbundene) Partner aus.



Mögliche Strategien: (grün, schwarz), Parameter t stellt die „Zeit“ dar.
 $x(t)$: Anteil der Spieler, die im Zeitpunkt t die Strategie „grün“ spielen.
Die roten Verbindungslinien beschreiben die möglichen Spielpartner des Spielers

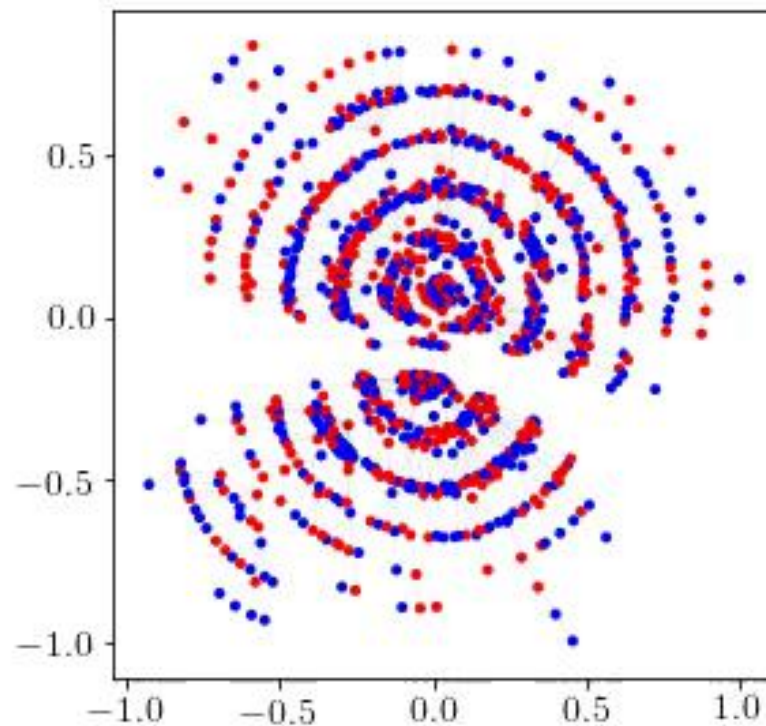
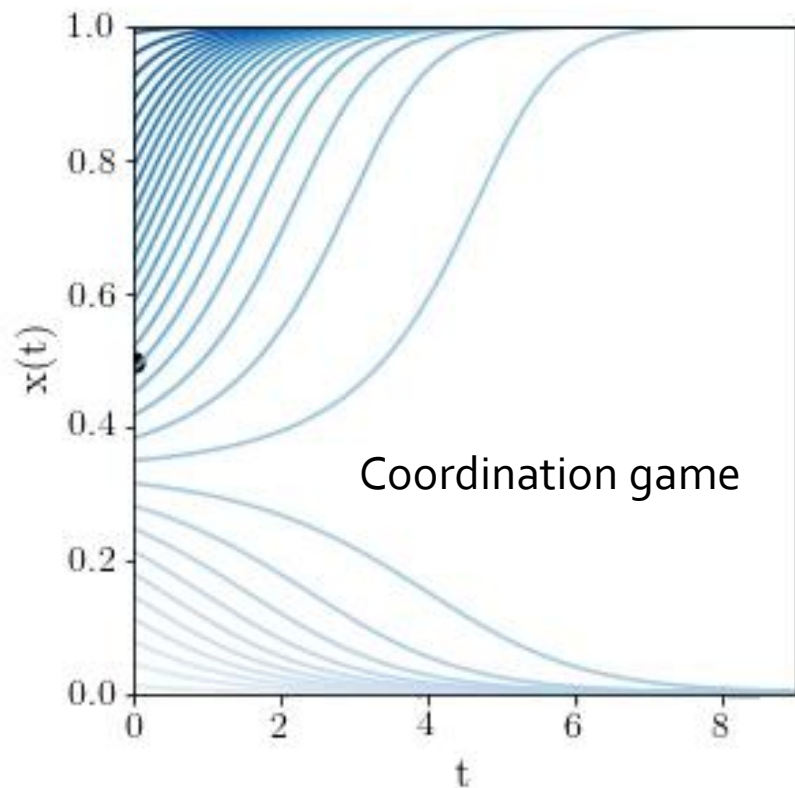
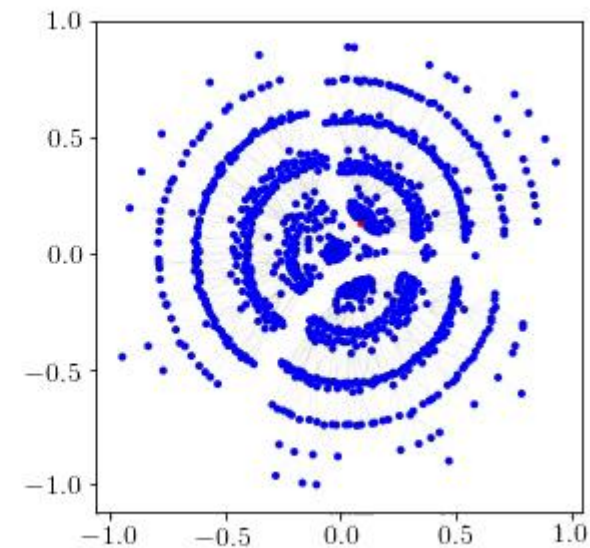
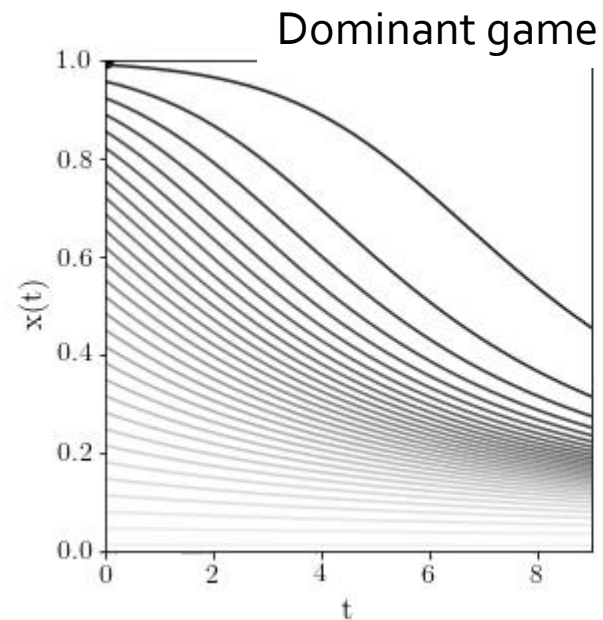
Spatial games

Evolutionary Agent-based Simulation on Spatial Grid Topologies



Games on Complex Networks

*Evolutionary
Agent-based Simulation
on Scale-free Networks*



Quantum Game Theory and Social Dilemmas

INTRODUCTION

CLASSICAL EVOLUTIONARY GAME THEORY

EVOLUTIONARY GAME THEORY
ON COMPLEX NETWORKS

QUANTUM GAME THEORY

EVOLUTIONARY QUANTUM GAME THEORY
ON COMPLEX NETWORKS

SOCIAL DILEMMAS AND QUANTUM GAME THEORY

Quantum Theory

Complex numbers

G. W. Leibniz (1702)

"...are a subtle and wondrous refuge of the human spirit, almost a hybrid between being and non-being"

"...sind eine feine und wunderbare Zuflucht des menschlichen Geistes, beinahe ein Zwitterwesen zwischen Sein und Nichtsein"

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{H} |\psi(t)\rangle$$

The Quantum Wave Function is defined on the space of complex numbers (real numbers and imaginary numbers)

the so-called *Hilbertspace*



© R.J. Bucholt

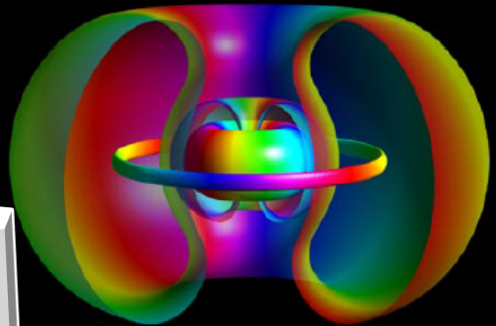
A square box containing the Greek letter psi (ψ).



Quantum Measurement and Reality

$$\langle \hat{M} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x, t) \hat{M} \psi^*(x, t) dx$$

At the moment of measurement, the complex-valued state of the quantum object collapses into an observable property:
The observable property of the object becomes real
The decision state of a player collapses to one of the pure strategies

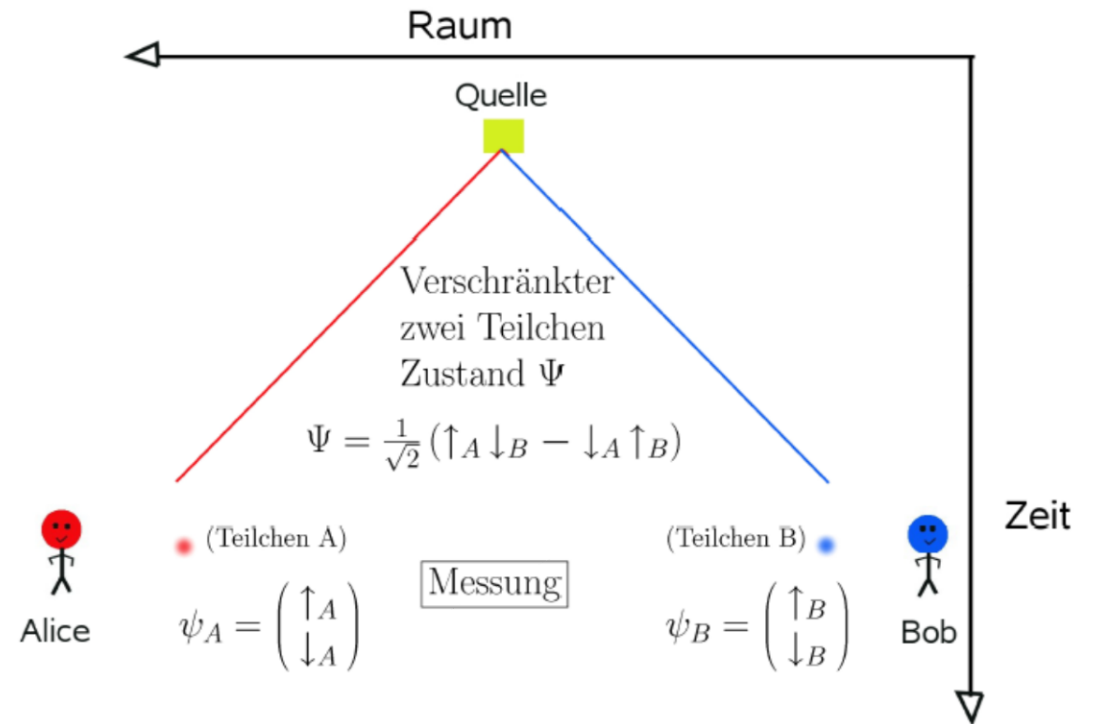


ψ

Quantum Entanglement

Das Einstein-Podolsky-Rosen Paradoxon

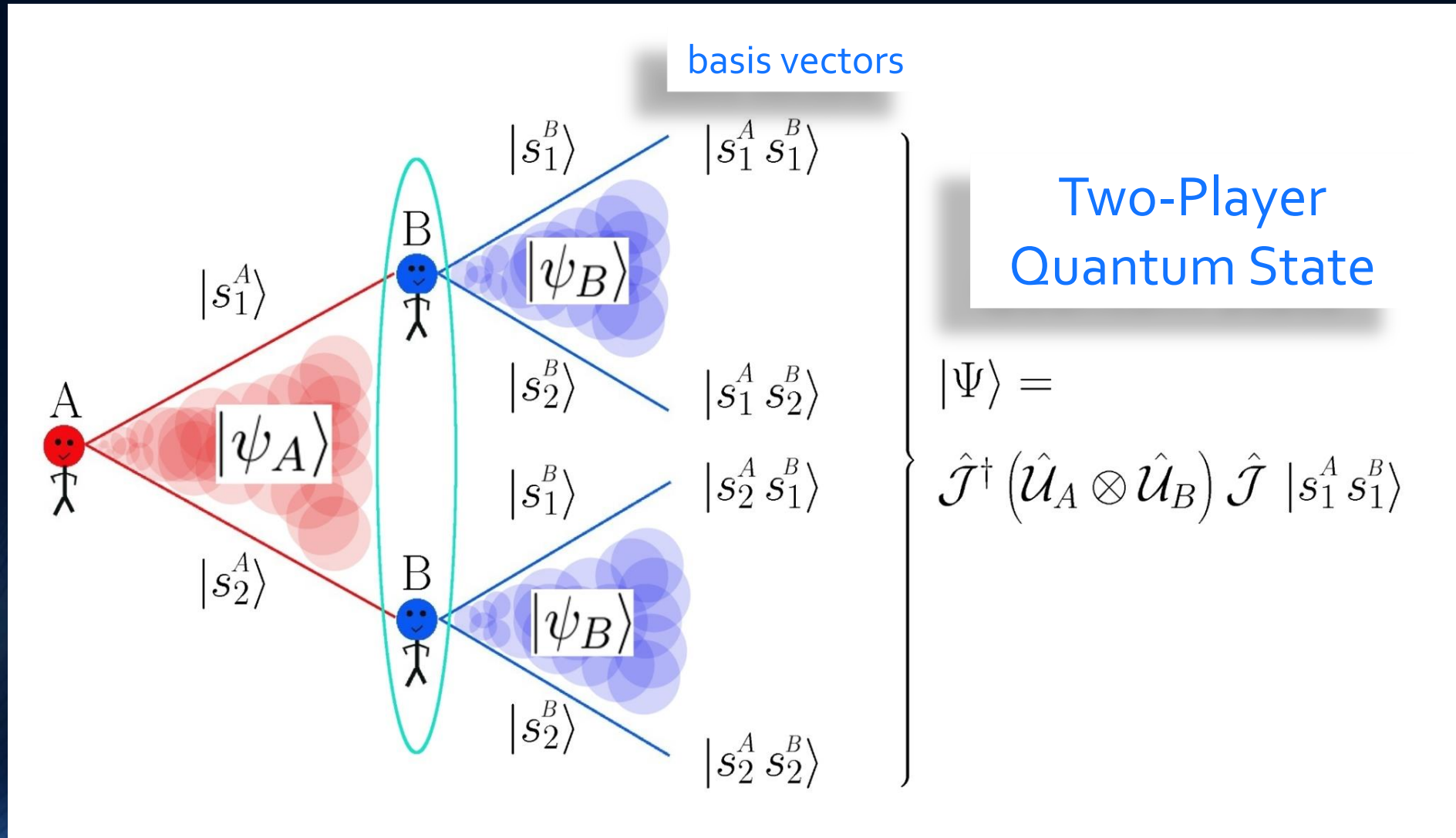
A. Einstein: „Spooky long-distance effect“



Richard Feynman:
 "I think I can safely say that nobody understands quantum mechanics."

Quantum Games

The entangled Two-Player Quantum-Spinor



Through a quantum-theoretical entanglement of the imaginary decision-making paths within an actor network, a population can succeed in escaping a dilemma-like situation if the value of the entanglement exceeds a certain threshold value.

The Quantum State of Player A and the Decision Operator

$$|\psi_A\rangle = \psi_1^A |s_1^A\rangle + \psi_2^A |s_2^A\rangle = \begin{pmatrix} \psi_1^A \\ -\psi_2^A \end{pmatrix} \in \mathcal{H}_A$$

$$|s_1^A\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad |s_2^A\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \psi_1^A = e^{i\varphi_A} \cos\left(\frac{\theta_A}{2}\right), \quad \psi_2^A = \sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right)$$

$$|\psi_A\rangle = \hat{U}(\theta_A, \varphi_A) |s_1^A\rangle = \begin{pmatrix} e^{i\varphi_A} \cos\left(\frac{\theta_A}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_A}{2}\right) \end{pmatrix}$$

Die reinen Zustände $|s_1^A\rangle$ und $|s_2^A\rangle$ bilden die Basis des Hilbertraums \mathcal{H}_A des Spielers A und repräsentieren die reinen Strategien s_1^A und s_2^A des Spiels. Der Entscheidungsoperator des Spielers μ hängt von den beiden Entscheidungswinkeln θ_μ und φ_μ ab und ist explizit wie folgt definiert:

$$\hat{U}_\mu(\theta_\mu, \varphi_\mu) := \begin{pmatrix} e^{i\varphi_\mu} \cos\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) & \sin\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) \\ -\sin\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) & e^{-i\varphi_\mu} \cos\left(\frac{\theta_\mu}{2}\right) \end{pmatrix} \quad \forall \quad \theta_\mu \in [0, \pi] \wedge \varphi_\mu \in [0, \frac{\pi}{2}] \quad .$$

The Entanglement Operator and the 2-Player Quantum State

Der finale Zwei-Spielerzustand eines simultanen Zwei-Strategien-'One Shot'-Quantenspiels wird somit durch den vierkomponentigen Quantenzustand $|\Psi\rangle$ beschrieben, welcher sich in der Eisert'schen Repräsentation wie folgt aus dem Anfangszustand $|\Psi_0\rangle = \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle$ entwickelt

$$|\Psi\rangle = \hat{\mathcal{J}}^\dagger (\hat{U}_A \otimes \hat{U}_B) \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle, \quad |\Psi_0\rangle = \hat{\mathcal{J}} |s_1^A s_1^B\rangle = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 \\ 0 \\ -i \sin(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix},$$

wobei $\hat{\mathcal{J}} := (J_{\alpha\beta})$, $\alpha, \beta = 1 \dots 4$ die von dem Parameter γ abhängige Verschränkungsmatrix (bzw. den Verschränkungsoperator) beschreibt

$$\hat{\mathcal{J}} := e^{-i \frac{\gamma}{2} (\hat{s}_2^A \otimes \hat{s}_2^B)} = \begin{pmatrix} \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & -i \sin(\frac{\gamma}{2}) \\ 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) & i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ 0 & i \sin(\frac{\gamma}{2}) & \cos(\frac{\gamma}{2}) & 0 \\ -i \sin(\frac{\gamma}{2}) & 0 & 0 & \cos(\frac{\gamma}{2}) \end{pmatrix} \mathbb{I}, \quad \gamma \in [0, \frac{\pi}{2}].$$

$\hat{U}_A := (U_{\alpha\beta}^A)$, $\alpha, \beta = 1 \dots 2$ und $\hat{U}_B := (U_{\alpha\beta}^B)$, $\alpha, \beta = 1 \dots 2$ stellen die von den Winkeln θ_A, φ_A und θ_B, φ_B abhängigen Entscheidungsmatrizen (Entscheidungsoperatoren) der Spieler A und B dar.

The Quantum Version of the Payoff Function

Der Erwartungswert der Auszahlungen der Spieler wird zusätzlich durch die Spielmatrix (siehe nebenstehende Auszahlungstabelle) mitbestimmt:

$$\$A = \$_{11}^A P_{11} + \$_{12}^A P_{12} + \$_{21}^A P_{21} + \$_{22}^A P_{22}$$

$$\$B = \$_{11}^B P_{11} + \$_{21}^B P_{12} + \$_{12}^B P_{21} + \$_{22}^B P_{22}$$

$$\text{mit: } P_{kl} = |\langle s_k^A s_l^B | \Psi \rangle|^2, \quad k, l = \{1, 2\}$$

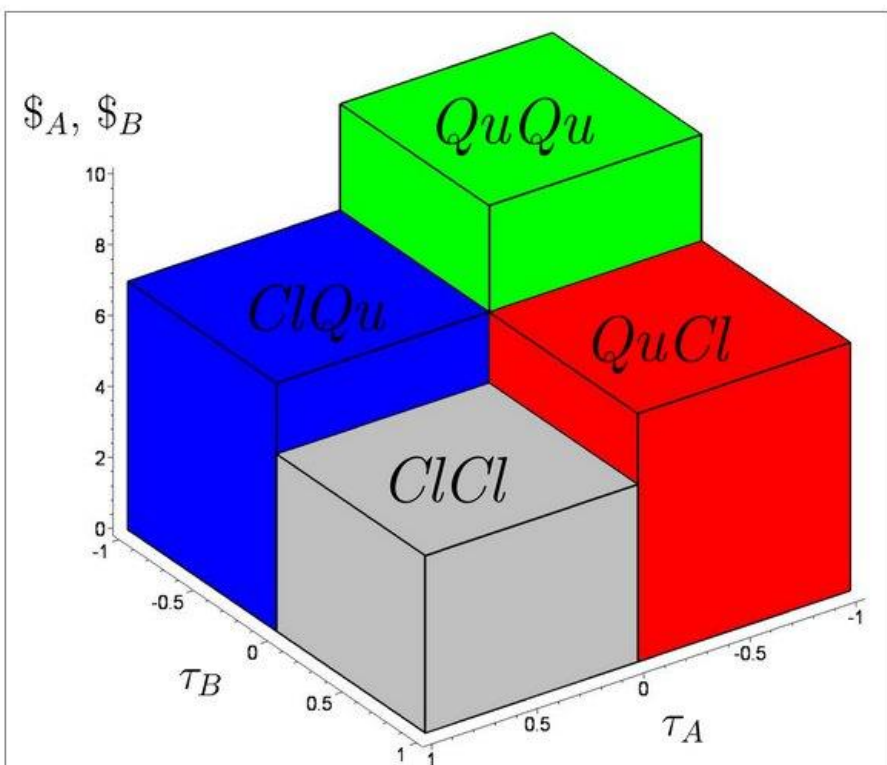
A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	$(\$_{11}^A, \$_{11}^B)$	$(\$_{12}^A, \$_{21}^B)$
s_2^A	$(\$_{21}^A, \$_{12}^B)$	$(\$_{22}^A, \$_{22}^B)$

Allgemeine Auszahlungsmatrix eines (2 Personen)-(2 Strategien) Spiels.

Dieser Erwartungswert der Auszahlungen stellt eine Erweiterung des aus der klassischen Spieltheorie bekannten Konzepts der Auszahlungsfunktion in gemischten Strategien dar.

Um die Auswirkungen des quantenspieltheoretischen Konzepts auf die dem Spieler ratsame Wahl der Entscheidung zu untersuchen, wird im Folgenden die Struktur der quantenspieltheoretisch erweiterten gemischten Auszahlungsfunktion untersucht. Im Unterschied zur klassischen Auszahlungsfunktion ($\tilde{\$}^\mu(\tilde{s}^A, \tilde{s}^B)$), die lediglich von den gemischten Strategien des Spielers A (\tilde{s}^A) und des Spielers B (\tilde{s}^B) abhängt, hängt die quantentheoretische Erweiterung der Auszahlungsfunktion im Allgemeinen von fünf Parametern ab: Die vier Winkel der Entscheidungsoperatoren ($\theta_A, \varphi_A, \theta_B$ und φ_B) und der Parameter γ , welcher die Stärke der Strategienverschränkung quantifiziert.

Visualization and the Reduced Set of Quantum Strategies



Visualisierungsraum der quantentheoretisch erweiterten Auszahlung $\$$ als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B.

Um die Auszahlungsfunktion dennoch als Fläche in einem dreidimensionalen Raum zu visualisieren, reduziert man deren Abhängigkeiten, indem man einerseits den Verschränkungsparameter γ fixiert und die Menge der Quantenstrategien auf diejenigen beschränkt, die vom Ursprung der reinen, klassischen s_1 -Strategie starten. Die Abhängigkeiten des vierkomponentigen Zwei-Spieler Quantenzustand $|\Psi\rangle$ werden durch die Einführung zweier neuer Parameter (τ_A und τ_B) reduziert:

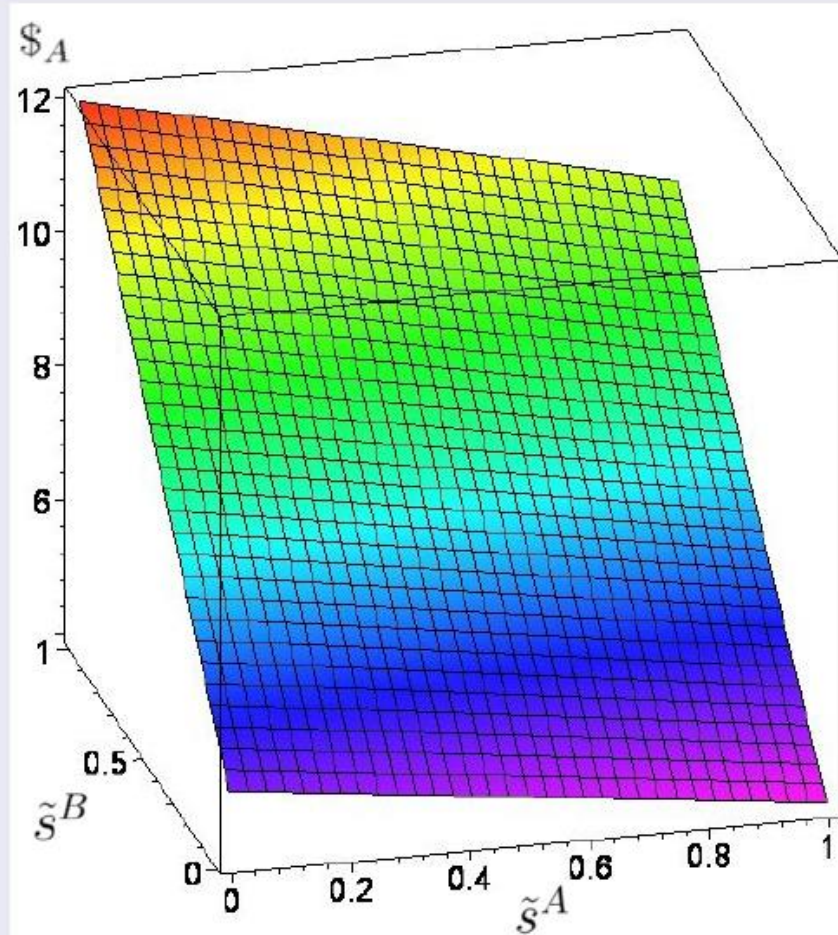
$|\Psi\rangle = |\Psi(\theta_A, \varphi_A, \theta_B, \varphi_B)\rangle \rightarrow |\Psi(\tau_A, \tau_B)\rangle$. Die für jeden Spieler wählbaren Entscheidungswinkel θ und φ werden dadurch auf einen einzigen Parameter $\tau \in [-1, 1]$ reduziert. Positive τ -Werte entsprechen den klassischen gemischten Strategien, wohingegen negative τ -Werte Quantenstrategien mit $\theta = 0$ und $\varphi > 0$ repräsentieren. Der gesamte quantentheoretische Strategienraum wird dadurch in vier separate Regionen unterteilt: in den absolut klassischen Bereich (ClCl: $\tau_A, \tau_B \geq 0$), den absoluten Quantenbereich (QuQl: $\tau_A, \tau_B < 0$) und in die beiden semi-klassischen Quantenbereiche (ClQl: $\tau_A \geq 0 \wedge \tau_B < 0$ und QlCl: $\tau_A < 0 \wedge \tau_B \geq 0$). Durch diese (τ_A, τ_B) -Repräsentation wird die Menge der möglichen Quantenstrategien auf die folgende Untermenge reduziert:

$$\underbrace{\{(\tau \pi, 0) \mid \tau \in [0, 1]\}}_{\text{klassischer Bereich Cl}} \quad \wedge \quad \underbrace{\{(0, \tau \frac{\pi}{2}) \mid \tau \in [-1, 0]\}}_{\text{Quantenbereich Ql}}$$

Die nebenstehende Abbildung stellt die vier Regionen des Visualisierungsraums der quantentheoretischen Auszahlungsfunktion dar. Die absolut klassische Region (ClCl, $\varphi_A, \varphi_B \equiv 0$) befindet sich im vorderen Bereich, die Region in welchem beide Spieler eine Quantenstrategie

Quantum extension of dominant class games

Classical payoff for player A



A \ B	s_1^B	s_2^B
s_1^A	(10,10)	(4,12)
s_2^A	(12,4)	(5,5)

Table: Payoffmatrix of a dominant, prisoners dilemma like game.

This dominant, prisoners dilemma like game has only one pure, symmetric Nash equilibrium (s_2^A, s_2^B) which is the only ESS of the evolutionary game.

Teil III.2.3 Symmetrische (2x2)-Quantenspiele

Parametersätze	Spielklasse	$\$_{11}$	$\$_{12}$	$\$_{21}$	$\$_{22}$	Nash-Gleichgewichte
Set_A	Dominantes Spiel	10	4	12	5	Ein reines Nash-Gleichgewicht (s_2^A, s_2^B)
Set_B	Koordinationsspiel	10	4	9	5	Zwei reine NEs, ein internes NE $(s^* = \frac{1}{2})$
Set_C	Anti-Koordinationsspiel	10	7	12	5	Zwei reine NEs, ein internes NE $(s^* = \frac{1}{2})$

Parameterwerte der drei symmetrischen Beispielspiele.

Die auf der rechten Seite dargestellte Abbildung stellt die quantentheoretisch erweiterte Auszahlung $\$_A$ des Spielers A (untransparente Fläche) und $\$_B$ des Spielers B (transparente Fläche) als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B dar. Als zugrundeliegender Parametersatz wurde Set_A verwendet und die Stärke der Quantenverschränkung der Spielerstrategien wurde auf null gesetzt ($\gamma = 0$). Als Visualisierungsraum wurde der in der oberen Abbildung beschriebene reduzierte Raum verwendet, wobei der absolute Quantenbereich QuQu, bei dem beide Spieler eine Quantenstrategie benutzen,

im hinteren Teil des Diagramms zu finden ist und die rein klassische Region ClCl nach vorne projiziert wurde. Die Abbildung zeigt deutlich, dass das unverschränkte Quantenspiel identisch mit der klassischen Version des Spiels ist. Im Bereich, in dem beide Spieler eine Quantenstrategie wählen ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$),

ist die Auszahlung der Spieler gleich der Auszahlung, als wenn die Spieler die klassische Strategie s_1 gewählt hätten ($\$_A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$, $\$_B(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). Das Nash-Gleichgewicht des klassischen Spiels ((s_2^A, s_2^B) , die dominante Strategie) entspricht den folgenden τ -Werten:

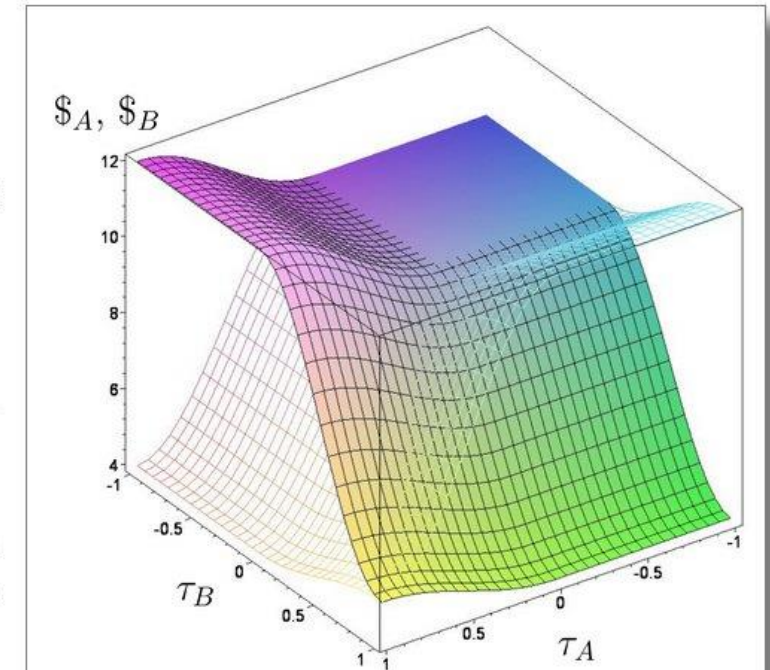
$(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$ und bleibt auch im unverschränkten Quantenspiel bestehen.

Die beiden Diagramme in der linken unteren Abbildung stellen die quantentheoretisch erweiterte Auszahlungsfunktion bei einem mittleren und dem maximalen Verschränkungswert dar. Die Struktur der Auszahlungsflächen innerhalb der vollständig klassischen Region ClCl verändert ihr Erscheinungsbild bei

Symmetrische (2 Personen)-(2 Strategien) Spiele lassen sich formal in drei unterschiedliche Spielklassen separieren (siehe Teil I).

Dominante Spiele (Set_A)

Das durch Parametersatz Set_A definierte Spiel gehört der Klasse der dominanten Spiele an. Das Nash-Gleichgewicht in reinen Strategien befindet sich bei der Strategienkombination, bei welcher beide Spieler die Strategie s_2 spielen (s_2^A, s_2^B).

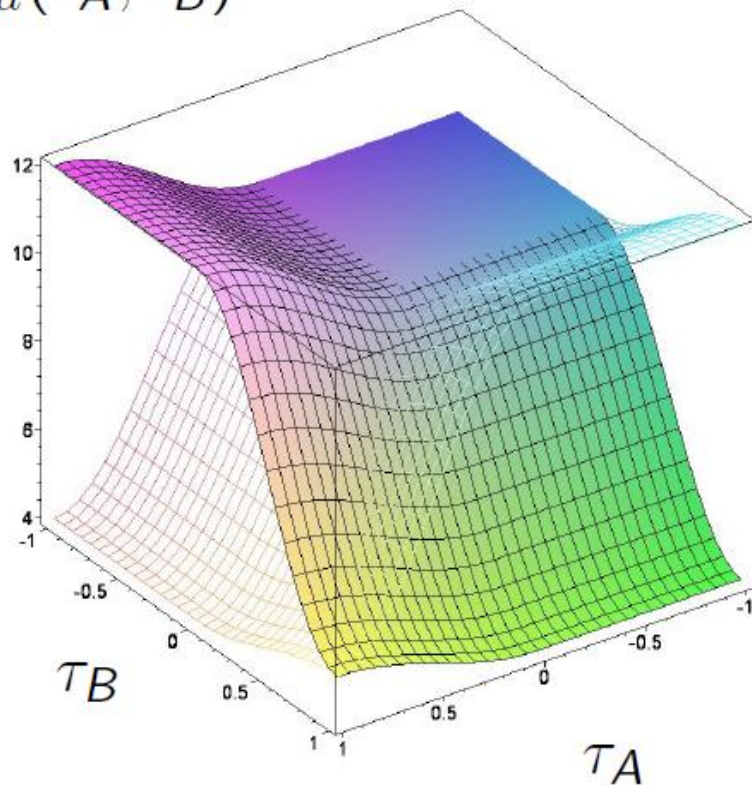


Quantentheoretisch erweiterte Auszahlung $\$_A$ des Spielers A (untransparente Fläche) und $\$_B$ des Spielers B (transparente Fläche) als Funktion der reduzierten s_1 -Quantenstrategien τ_A des Spielers A und τ_B des Spielers B in einem unverschränkten Quantenspiel ($\gamma = 0$) unter Verwendung des Parametersatzes Set_A .

Quantum extension of dominant class games

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = 0$ (no entanglement)

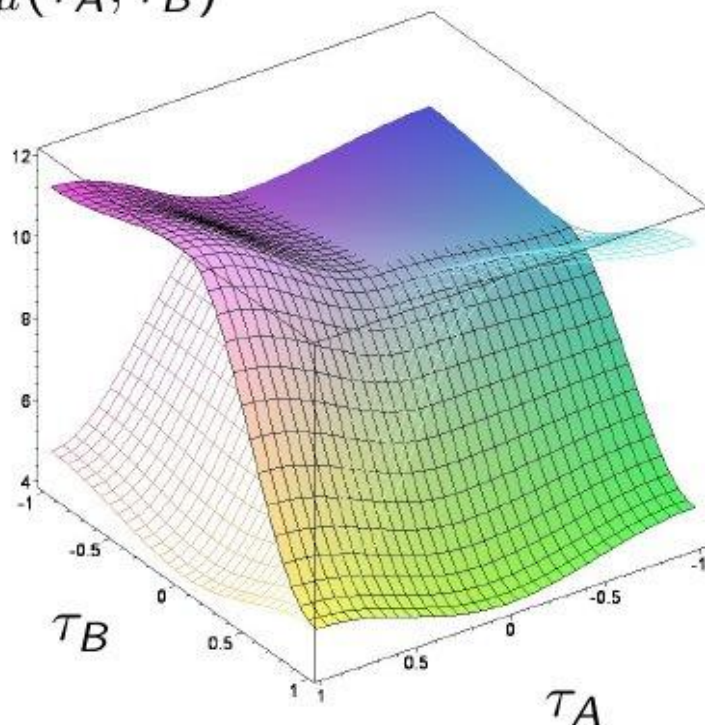
$$\$_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The diagram clearly exhibits that the non-entangled quantum game simply describes the classical version of the prisoner's dilemma game. For the case, that both players decide to play a quantum strategy ($\tau_A < 0 \wedge \tau_B < 0$) their payoff is equal to the case where both players choose the classical pure strategy s_1 ($\$A(\tau_A = 0, \tau_B = 0) = 10$). The classical Nash equilibrium $((s_2^A, s_2^B)$, the dominant strategy) corresponds to the following τ -values: $(s_2^A, s_2^B) \hat{=} (\tau_A = 1, \tau_B = 1)$.

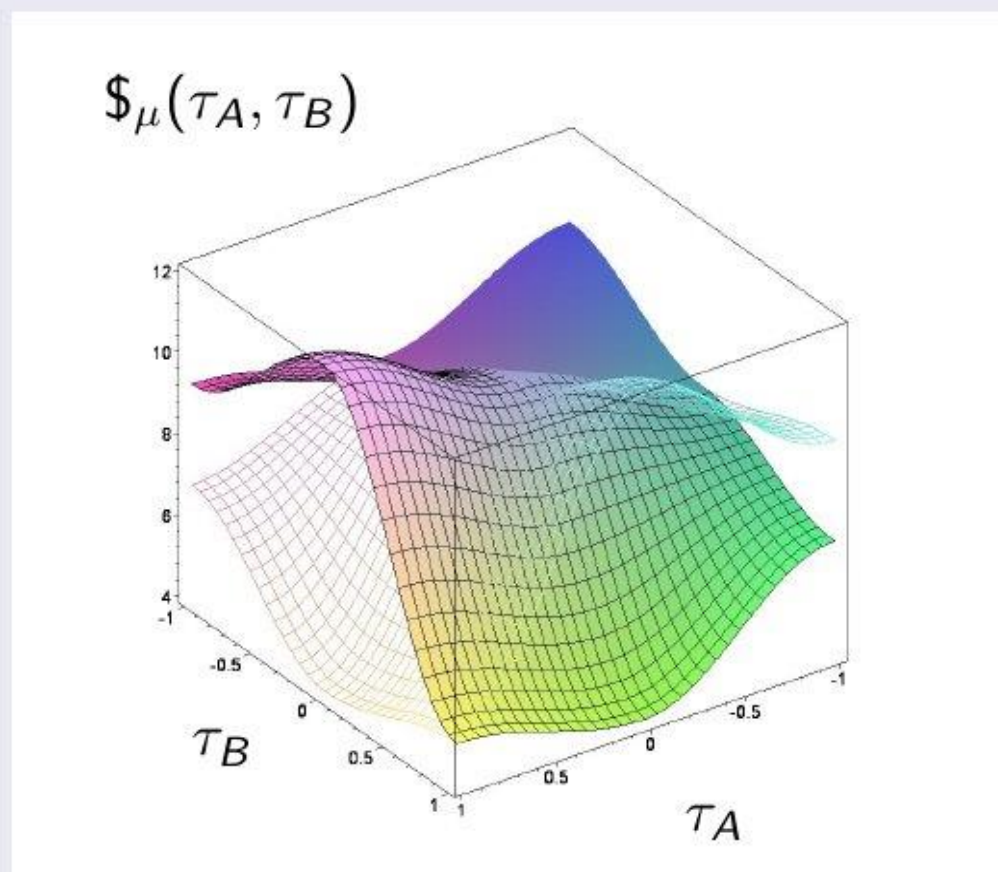
Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{10} \approx 0.31$

$$\mathcal{S}_\mu(\tau_A, \tau_B)$$



For the absolute classical region $CI|C|$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria does not change for the left picture, whereas for the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium will appear at $(\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=}) (\tau_A = -1, \tau_B = -1)$. During the transition from this figure to the next picture two separate phenomena occur. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\mathcal{S}_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\mathcal{S}_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.

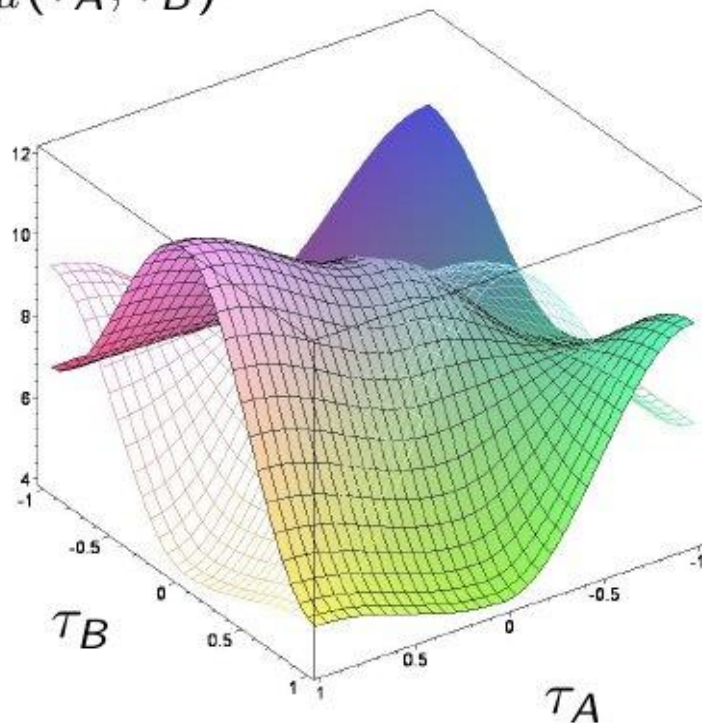
Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{8} \approx 0.52$



For the absolute classical region $CICI$ the shape of the surfaces does not change, whereas for the partially classical-quantum ($CIQu$ and $QuCI$) and absolute quantum region regions $QuQu$ the payoff structure changes due to a possible interference of quantum strategies within Hilbertspace. The structure of Nash-equilibria did not change for the last figure, whereas for this and the following pictures the previously present dominant strategy of the prisoner's dilemma game has disappeared and a new, advisable quantum Nash-equilibrium has appeared ($\hat{Q}, \hat{Q} \hat{=} (\tau_A = -1, \tau_B = -1)$). During the transition from the last picture to this figure two separate phenomena occurred. At first, for an entanglement value $\gamma_1 \approx 0.37$, the best response for player A to the strategy $s_2^B \hat{=} \tau_B = 1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\$_A(\tau_A = -1, \tau_B = 1) \approx 5.05$ is now higher than $\$_A(\tau_A = 1, \tau_B = 1) = 5$. Secondly, for an entanglement value $\gamma_2 \approx 0.53$, the best response for player A to the strategy $\hat{Q}_B \hat{=} \tau_B = -1$ is no longer the strategy $s_2^A \hat{=} \tau_A = 1$, as $\$_A(\tau_A = 1, \tau_B = -1) \approx 9.96$ is for $\gamma_2 = 0.53$ lower than $\$_A(\tau_A = -1, \tau_B = -1) = 10$.

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{6} \approx 0.94$

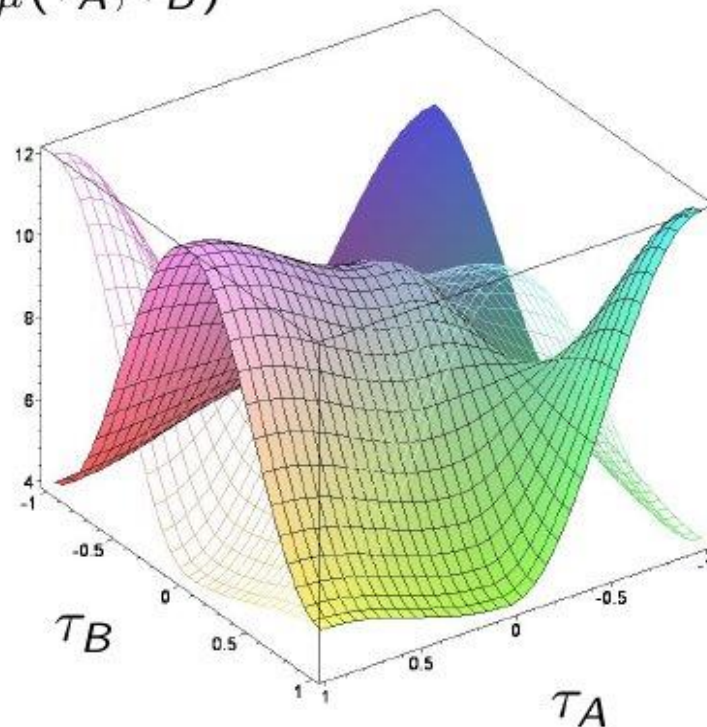
$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Payoff of player A (colored) and player B (wired) for $\gamma = \frac{\pi}{2} \approx 1.57$

$$S_{\mu}(\tau_A, \tau_B)$$



The results show, that a quantum extension of a classical prisoner's dilemma game is able to change the structure of Nash-equilibria, and even previously present dominant strategies could become nonexistent, if the value of entanglement increases further than a defined γ -threshold. Players with a higher strategic entanglement value γ escape the dilemma as they see the advantage of the quantum strategy combination (\hat{Q}_A, \hat{Q}_B) , which is measured as if both are playing the classical strategy s_2 .

Social dilemmas can be resolved with the entangled strategic decision paths of quantum game theory.

For vanishing values of entanglement ($\gamma=0$) quantum games are identical to classical games.

Dominant Class:

Games with a dilemma: The dilemma resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Games without a dilemma: No further Nash-equilibria, dominant strategy remains.

Class of coordination games:

The coordination problem resolves if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

Class of anti-coordination games:

An additional Nash-Equilibrium appears if the value of entanglement is above a defined γ -barrier.

In General: If the strategy entanglement is large enough, then additional Nash equilibria can occur, previously present, not favorable dominant or evolutionary stable strategies could become nonexistent and new, favorable evolutionary stable strategies do appear for some game classes.

Quantum Game Theory and Financial Crises (Anti-Coordination Class)

M. Hanauske, J. Kunz, S. Bernius und W. König "Doves and hawks in economics revisited: An evolutionary quantum game theory-based analysis of financial crises" (in Physica A 389 (2010) 5084 – 5102)

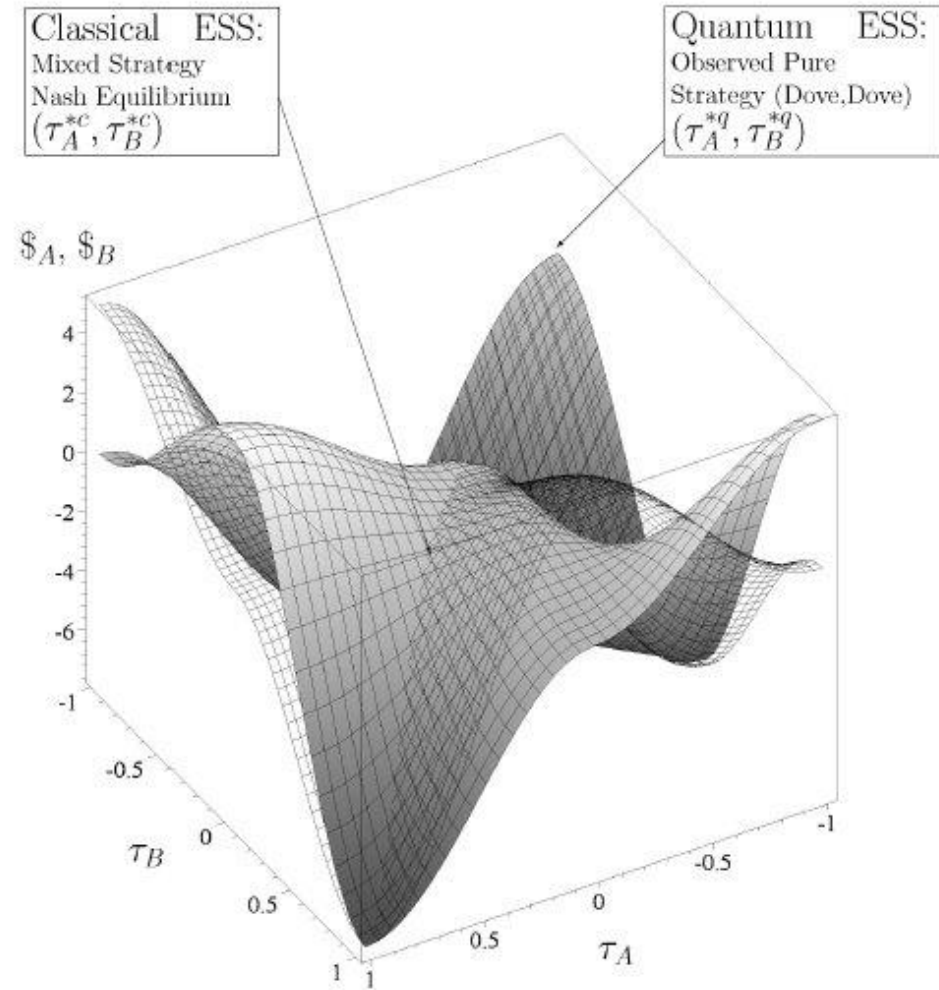


Figure 5.10.: Same description as Figure 5.7, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.

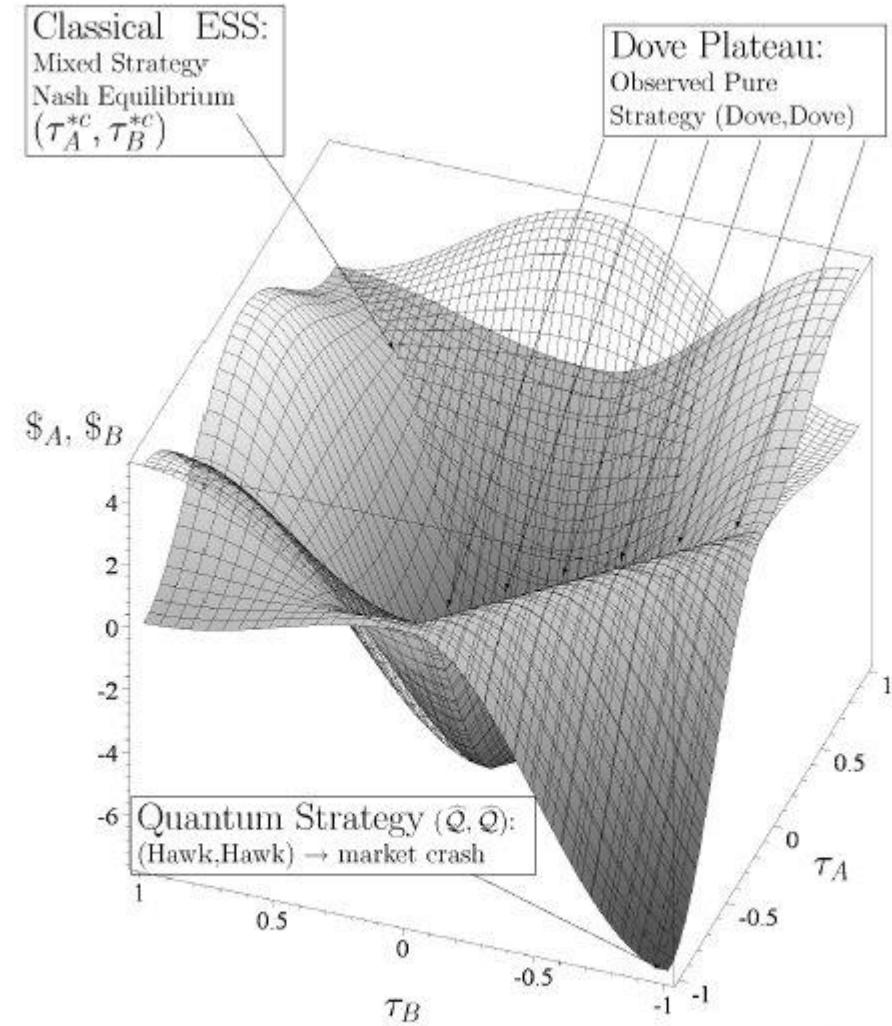


Figure 5.13.: Same description as Figure 5.12, whereas the results were calculated within a maximally entangled quantum game ($\gamma = \frac{\pi}{2}$) using parameter set $P3$.

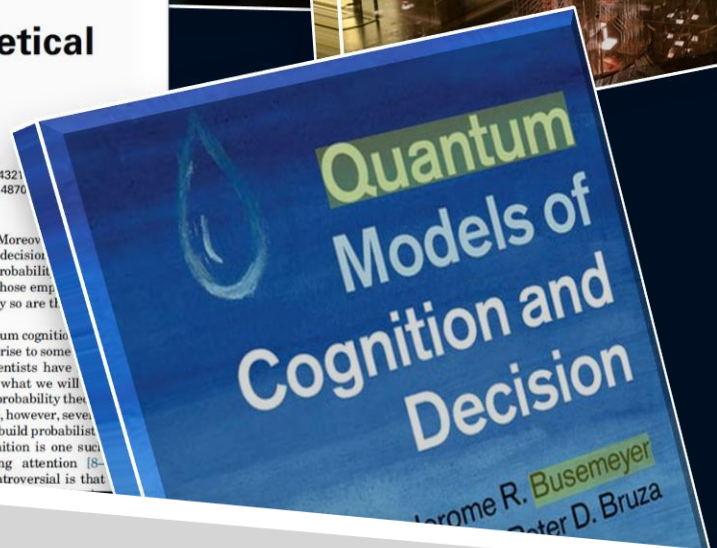
Available online at www.sciencedirect.com
SCIENCE @ DIRECT®
 Journal of Mathematical Psychology 50 (2006) 220–241
www.elsevier.com/locate/jmp

Journal of Mathematical Psychology

Quantum dynamics of human decision-making
 Jerome R. Busemeyer^{*}, Zheng Wang, James T. Townsend
 Indiana University, USA
 December 2004; received in revised form 11 January 2006
 Available online 15 March 2006

Feature Review **CellPress**

Quantum cognition: a new theoretical approach to psychology
 Peter D. Bruza¹, Zheng Wang², and Jerome R. Busemeyer³
¹Information Systems School, GPO Box 2434, Queensland University of Technology, Brisbane 4001, Australia
²School of Communication, 3145 Derby Hall, 154 North Oval Mall, The Ohio State University, Columbus, OH 43210, USA
³Department of Psychological and Brain Sciences, 1875 University Avenue, Bloomington, IN 47401, USA



Emmanuel Haven • Andrei Khrennikov
 Editors

The Palgrave Handbook of Quantum Models in Social Science
 Applications and Grand Challenges

ELSEVIER

y. Moreov
 or decis
 i probab
 n those
 tly so are fl

ntum cognitio
 rprise to some
 cientists have
 – what we will
 i probability the
 re, however, sever
 o build probabilist
 gnition is one such
 ing attention [8-
 ntroversial is that

Journal of Mathematical Psychology 53 (2009) 303–305

Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Mathematical Psychology
 journal homepage: www.elsevier.com/locate/jmp

- The Quantum Penny Flip Game**
 1999, D. A. Meyer, *Quantum strategies*, PRL 82 (1052)
- The Quantum Prisoner's Dilemma**
 1999, J. Eisert, M. Wilkens and M. Lewenstein, *Quantum Games and Quantum Strategies*, PRL 83 (3077)
- The Quantum Battle of Sexes**
 2001, L. Marinatto and T. Weber, *A Quantum Approach To Static Games Of Complete Information*, Physics Letters A 272
- The Quantum Coordination Game**
 2003, B. A. Huberman and T. Hogg, *Quantum Solution of Coordination Problems*, Quantum Information Processing 2(6)
- The Quantum Ultimatum Game**
 2005, R. Vilela Mendes, *The Quantum Ultimatum Game*, Quantum Information Processing 4(1)

Editorial

Introduction to the special issue on quantum cognition
 Peter Bruza^a, Jerome R. Busemeyer^{b,*}, Liane Gabora^c
^a Queensland University of Technology, Faculty of Information Technology, GPO Box 2434, Brisbane, Australia
^b Indiana University, Department of Psychology, Bloomington, IN, United States
^c Columbia University, Department of Psychology, Kelowna, Canada

Quantum Game Theory and Social Dilemmas

INTRODUCTION

CLASSICAL EVOLUTIONARY GAME THEORY

EVOLUTIONARY GAME THEORY ON COMPLEX NETWORKS

QUANTUM GAME THEORY

EVOLUTIONARY QUANTUM GAME THEORY ON COMPLEX NETWORKS

SOCIAL DILEMMAS AND QUANTUM GAME THEORY

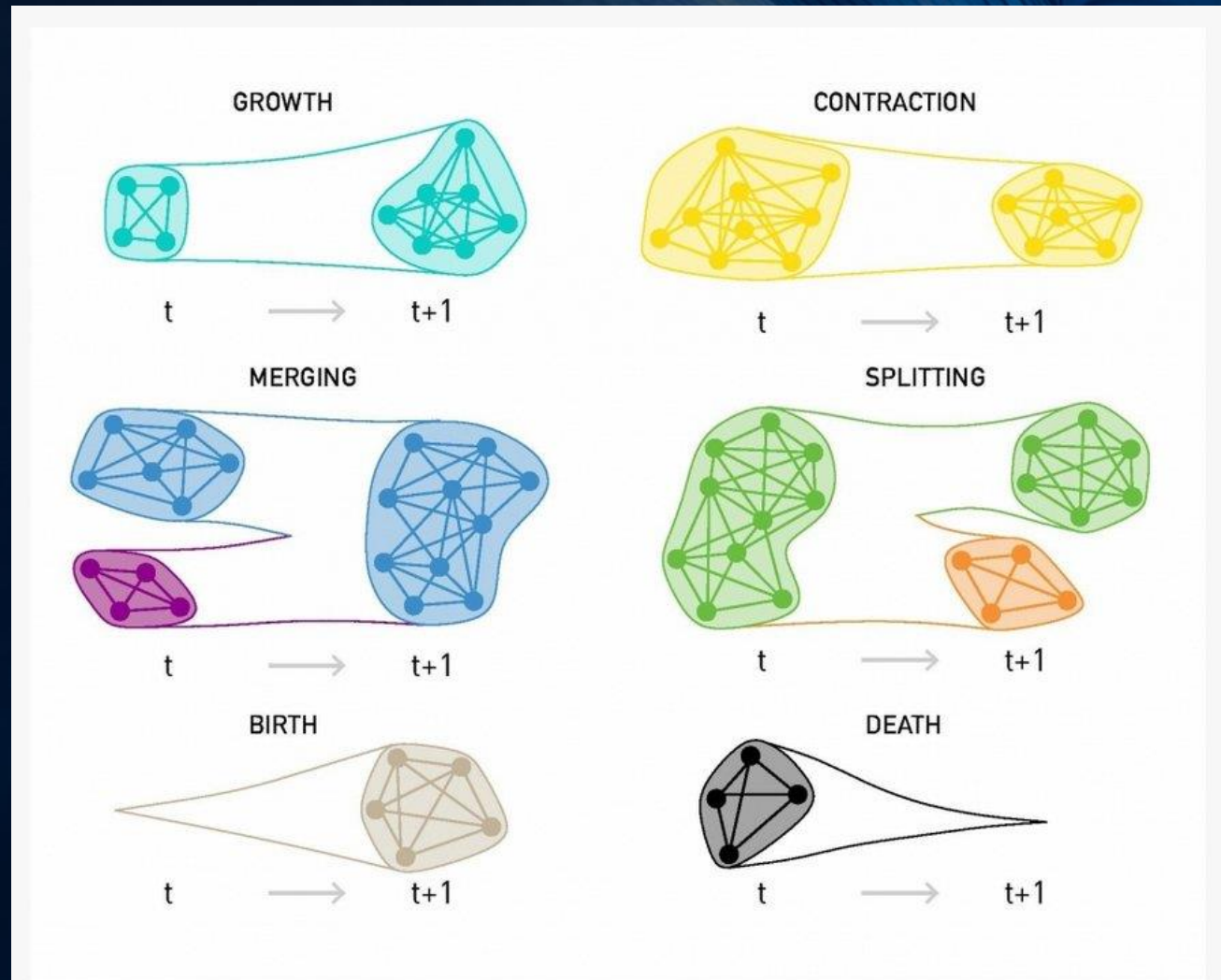


Image 9.31

Evolving Communities

When networks evolve in time, so does the underlying community structure. All changes in community structure are the result of six elementary events in the life of a community, illustrated in the figure: a community can grow or contract; communities can merge or may split; new communities are born while others may disappear. After [50].

Picture taken from <http://networksciencebook.com/chapter/9>

Quantum Game Theory and Social Dilemmas

INTRODUCTION

CLASSICAL EVOLUTIONARY GAME THEORY

EVOLUTIONARY GAME THEORY
ON COMPLEX NETWORKS

QUANTUM GAME THEORY

EVOLUTIONARY QUANTUM GAME THEORY
ON COMPLEX NETWORKS

SOCIAL DILEMMAS AND
QUANTUM GAME THEORY

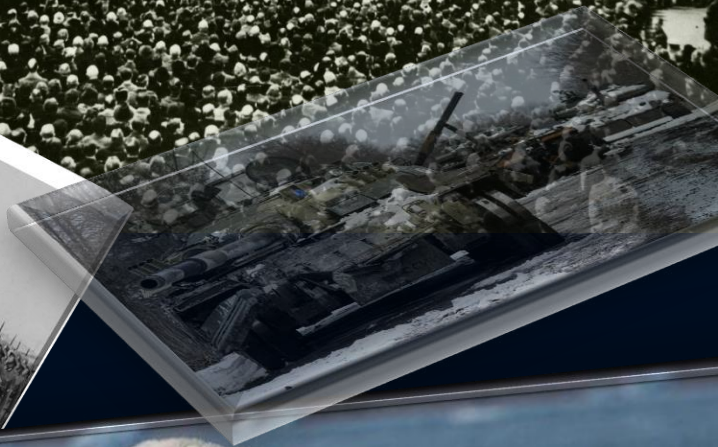
Social Dilemmas

A population of people ends up in a tragic state

A social tragedy such as

People fight each other when a state of peace is possible.

People are exploiting their natural assets in a senseless and are causing an existential global temperature rise, although this was not the case 300 years ago.



Summary and Outlook

The dominant nature of humans still causes recurring crises (e.g. financial crises, the climate crisis, revolutions) that often lead to violent fights and warlike conflicts - a metaphysic of socio-economic systems is desperately needed. Both deterministic evolutionary game theory and game theory on complex networks show that the evolution of populations can develop into dilemma-like situations. Evolutionary quantum game theory, a new mathematical model to describe the decision state of a population facing dilemma-like situations, was presented, and it was shown that a strategically entangled state of the population vector can escape the dilemma if the value of entanglement is above a certain threshold.

Quantum game theory represents a mathematical and conceptual extension of classical game theory. The space of all imaginable decision paths of the players is extended from purely real, measurable space into the space of complex numbers (real and imaginary numbers). Through the concept of the possible quantum-theoretical entanglement of the decision-making paths in the imaginary space of all imaginable quantum strategies, common directions of thought that have arisen from cultural or moral norms can be included in evolutionary dynamics. If the player's strategy entanglement in the imaginary space of the conceivable decision paths is only large enough, additional Nash equilibria can occur and previously existing dominant strategies dissolve.

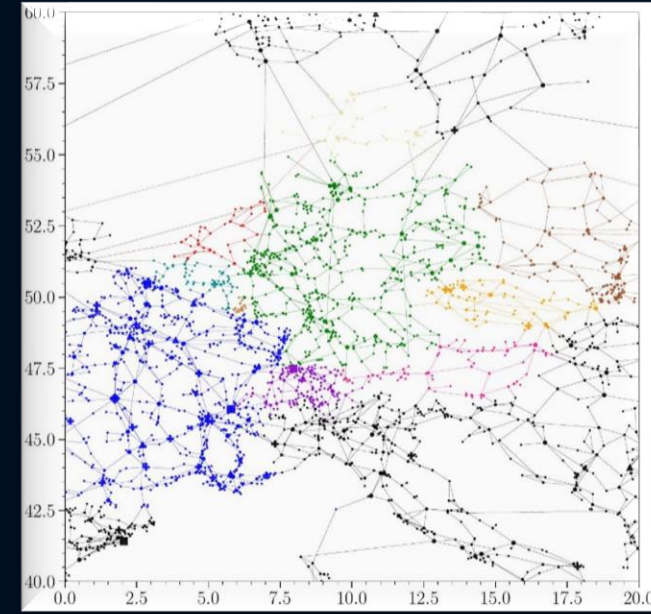
Outlook: Applications and ...

Evolutionary Quantum Game Theory for Power-, Heat- and Traffic-Networks

A game-theoretic approach of the evolutionary paths of carbon dioxide consumers

*Energy System Group
Prof. Dr. Stöcker, Dr. Kies, Dr. Hofmann
and Markus Schlott*

The climate crisis is one of the most important example of a situation where humanity is trapped in a dilemma-like situation. Energy systems including the sectors of electricity, heating, and transportation need to transform towards renewable energy sources. The future of the electric power network depends on the decisions of the various actors which are embedded in a multipartite complex network. A game-theoretic approach of the whole European sector-coupled energy system depends on country-specific political and economic decisions and last but not least on the behavior of consumption of each human.



Theoretical works regarding the mathematical basis of Quantum Game Theory

What happens when the strategic behaviour of a population is heading towards the abyss. The mathematical groundings of Quantum Game Theory are not well established so far to answer this question. There is neither an evolution equation of the theory based on basic gauge-theoretic principles, nor is there a kind of Dirac equation on curved strategy manifolds - similar to the movement of an electron with spin in curved space-time. Together with **Prof. Carsten Greiner** and **Prof. Hendrik van Hees**, I am mainly working on the collapse of matter and the formation and movement of black holes.

Evolutionary Quantum Game Theory on Curved Strategy Manifolds and the Gauge Symmetry Group

des Elektrons und seines zugehörigen Antiteilchen
spinors zusammen:

$$\psi_A = \begin{pmatrix} e_L \\ e_R \\ \tilde{e}_L \\ \tilde{e}_R \end{pmatrix} \hat{=} \begin{pmatrix} \text{Linkshändiges Elektron} \\ \text{Rechtshändiges Elektron} \\ \text{Linkshändiges Positron} \\ \text{Rechtshändiges Positron} \end{pmatrix} \quad (1.1)$$

Man kann dann mit ein und derselben Gleichung sowohl das Teilchen
als auch das Antiteilchen beschreiben. Die zutreffende Gleichung nennt man
Dirac equation of an particle-antiparticle state with spin

$$i \gamma^\mu_A{}^B \partial_\mu \psi_B - \frac{m_0 c}{\hbar} \psi_A = 0 \quad (1.2)$$

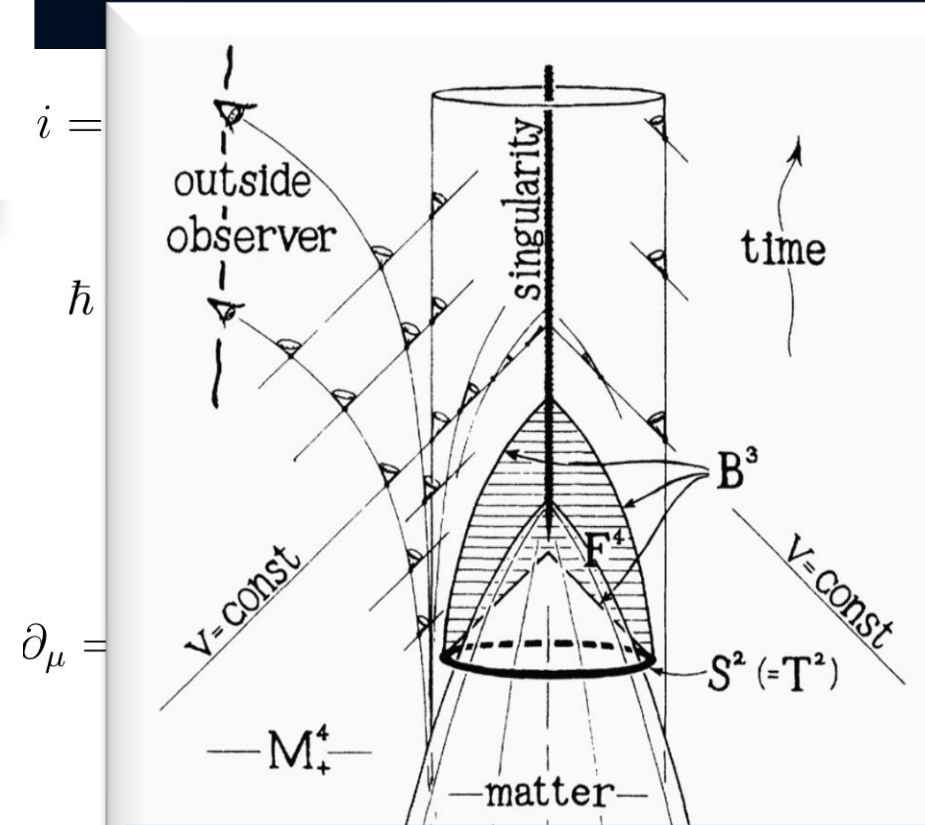
Strategy-Dependent Dirac Matrices

What happens when the strategic behaviour of a population is heading towards the abyss.
Elementary matter that collapses to black hole has been theoretically studied for decades,
but only recently the gravitational wave signal from a
collapsing hypermassive neutron star has been observed.

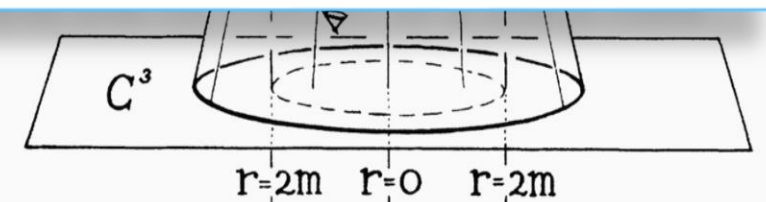
The Dirac spinor has the
same mathematical
structure as the (Two-
Payer)(2 Strategy)-
Quantum-Decision State

GRAVITATIONAL COLLAPSE AND SPACE- TIME SINGULARITIES

Nobel Price in Physics 2020
R.Penrose, PRL Vol.14 No.3 (1965)



The collapse of matter
and the formation of a black hole



MATTHIAS HANAUSKE
 FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
 JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
 INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
 ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
 D-60438 FRANKFURT AM MAIN



Lateral Thoughts: Matthias Hanauske

Black holes and the German Reichstag

One day a couple of years ago I was attending a meeting of the German Astronomical Society in Berlin, when I was gripped with an almost irreplaceable sense of inner unrest. There was no other option – I simply had to leave the lecture halls of the Technical University and carefully tape the entrance outside. Before I left, however, I carefully taped my poster to the wall between the entrances to the men's and women's toilets, which seemed the perfect spot for it. Every congress delegate would now be forced – subliminally at least – to notice my creation.

After leaving the university buildings, I first soaked up the summer sunshine in the zoological gardens before heading towards the Reichstag – the home of the German parliament. As I did so, my thoughts wandered off in a different direction. What a waste of time. What physics desperately need an exciting way of presenting their results.

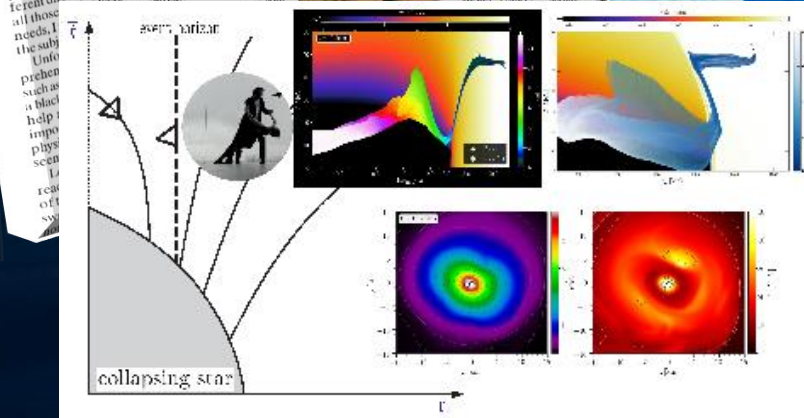
A Report to an Academy

Humanity is of a contradictory nature. On the one hand, humans are able to understand and analyze the evolution of the whole universe and brilliant ideas like the prediction of gravitational waves by Albert Einstein and black holes have been recently observed. On the other hand, the dominant nature of man manifests itself in a stupidity that screams to heaven

<http://itp.uni-frankfurt.de/~hannauske/new/etc/pdf/MG16-Hanauske.pdf>

General Relativity in the Theater of the Absurd

Parallel session: Education
 Teaching Einsteinian Physics to School Students
 08.07.2021, 17:20



MG16 5-10 JULY 2021

SIXTEENTH MARCEL GROSSMANN MEETING

ON RECENT DEVELOPMENTS IN THEORETICAL AND EXPERIMENTAL GENERAL RELATIVITY, ASTROPHYSICS AND RELATIVISTIC FIELD THEORIES

VIRTUAL MEETING
 websites: <http://www.icranet.org/mg16/>
<https://indico.icranet.org/event/11/>
 email: mg16@icranet.org
 6:30-19:30 CENTRAL EUROPEAN SUMMER TIME

50TH ANNIVERSARY OF "INTRODUCING THE BLACK HOLE"

"Peace cannot be kept by force. It can only be achieved by understanding."
 Albert Einstein

Heute Abend um 20.00 Uhr werde ich
im Physikalischen Verein einen
populärwissenschaftlichen Vortrag halten.

MATTHIAS HANAUSKE
FRANKFURT INSTITUTE FOR ADVANCED STUDIES
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT
INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK
ARBEITSGRUPPE RELATIVISTISCHE ASTROPHYSIK
D-60438 FRANKFURT AM MAIN

Der Tanz der Neutronensterne

Themenreihe: Astronomie am Freitag

Veranstaltungsort:

Hörsaal im Physikalischer Verein,

Robert-Mayer-Straße 2,

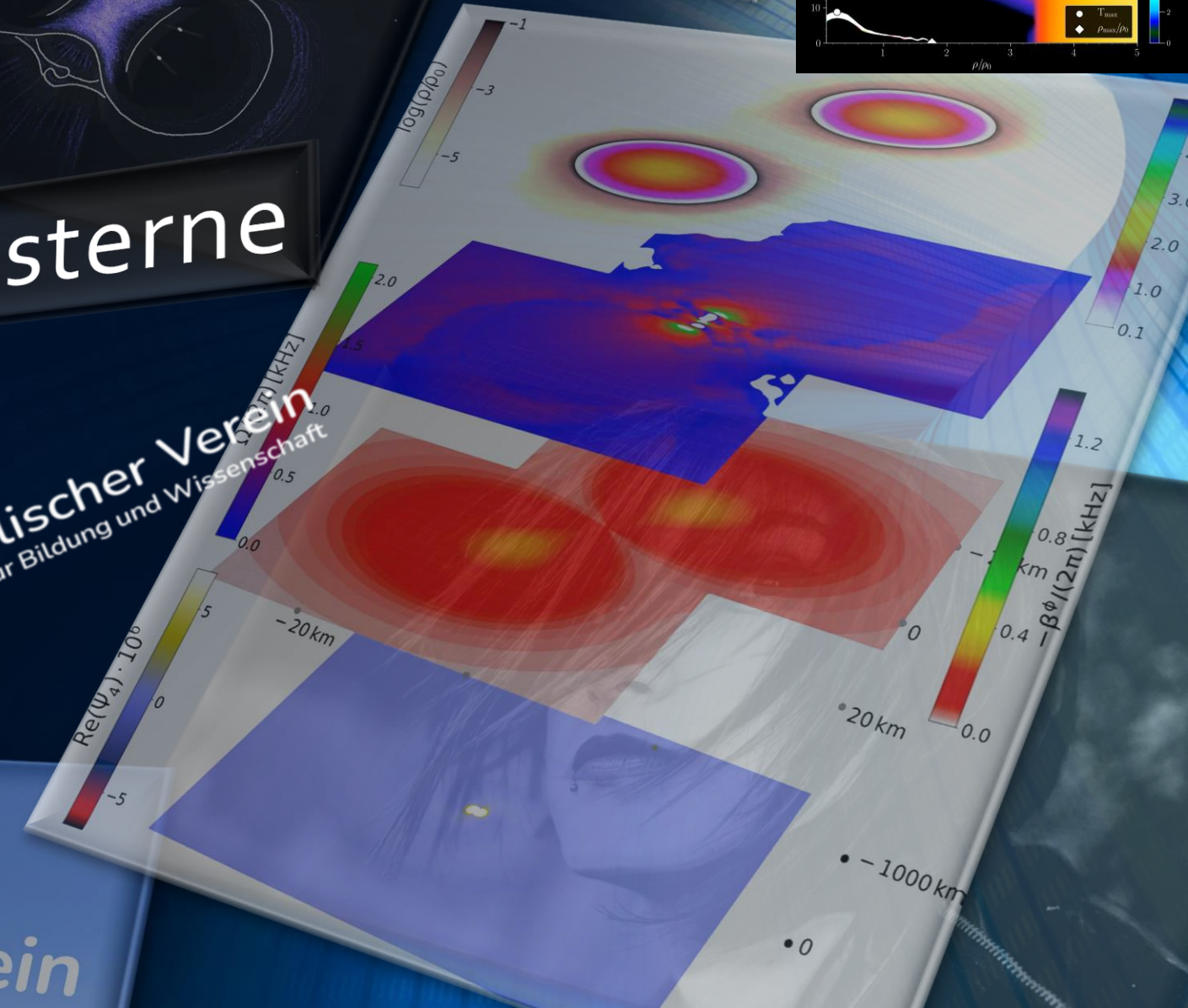
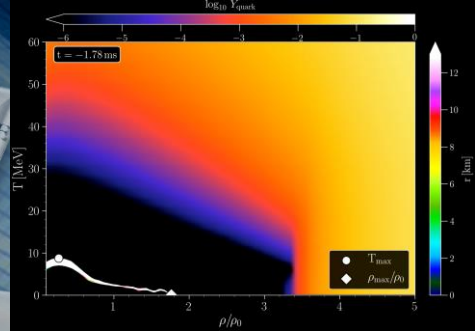
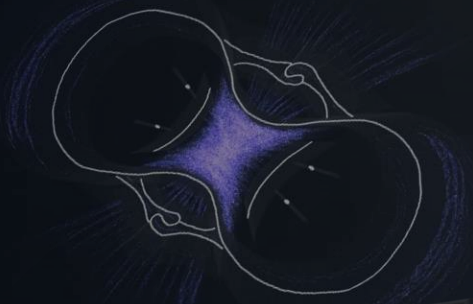
60325 Frankfurt

Fr, 21. Okt 2022 20:00 Uhr



Physikalischer Verein
Gesellschaft für Bildung und Wissenschaft

Herzlich Willkommen
beim Physikalischen Verein



Das lang ersehnte Ereignis GW170817

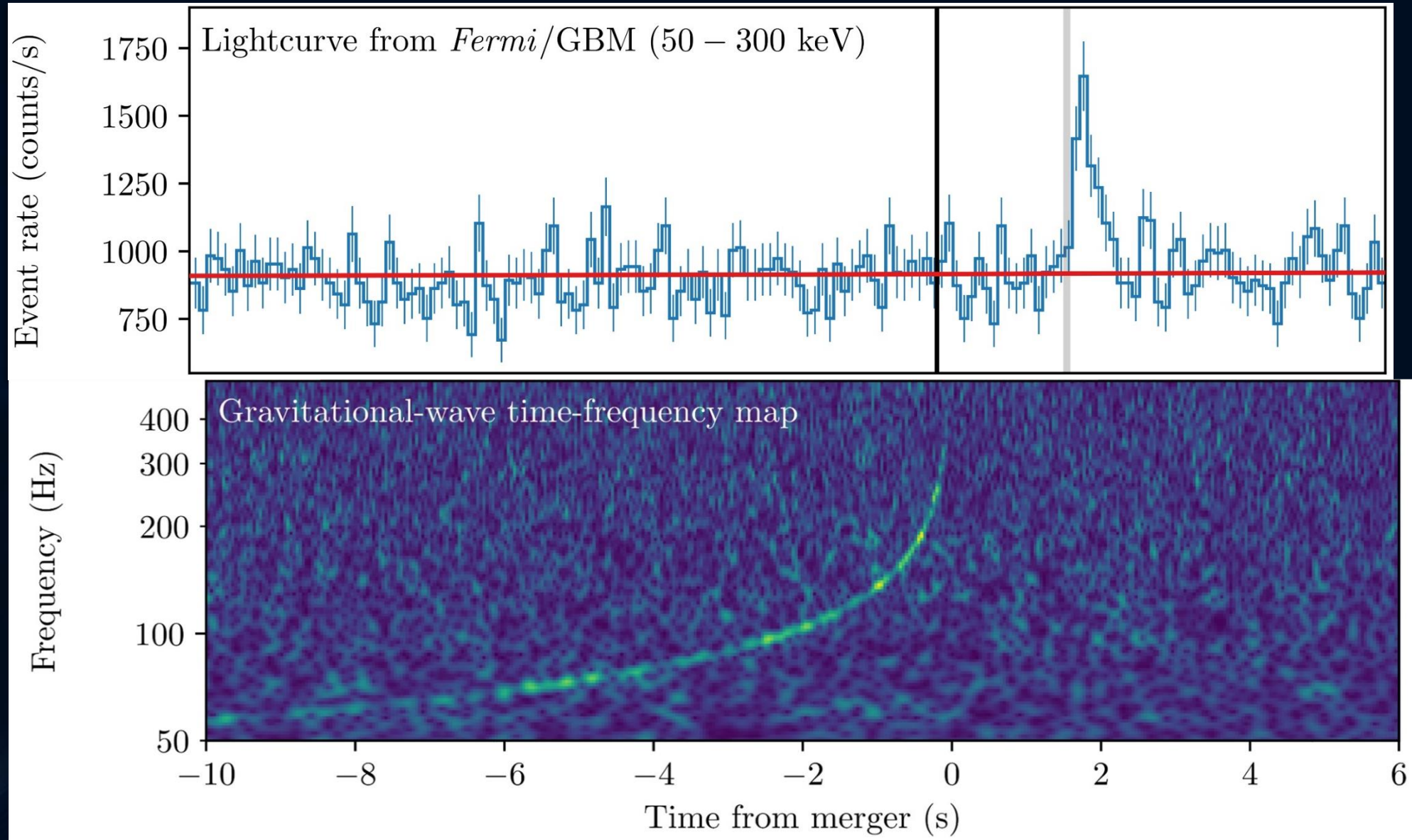
	Low-spin priors ($ \chi \leq 0.05$)	High-spin priors ($ \chi \leq 0.89$)
Primary mass m_1	1.36–1.60 M_\odot	1.36–2.26 M_\odot
Secondary mass m_2	1.17–1.36 M_\odot	0.86–1.36 M_\odot
Chirp mass \mathcal{M}	$1.188^{+0.004}_{-0.002} M_\odot$	$1.188^{+0.004}_{-0.002} M_\odot$
Mass ratio m_2/m_1	0.7–1.0	0.4–1.0
Total mass m_{tot}	$2.74^{+0.04}_{-0.01} M_\odot$	$2.82^{+0.47}_{-0.09} M_\odot$
Radiated energy E_{rad}	$> 0.025 M_\odot c^2$	$> 0.025 M_\odot c^2$
Luminosity distance D_L	40^{+8}_{-14} Mpc	40^{+8}_{-14} Mpc
Viewing angle Θ	$\leq 55^\circ$	$\leq 56^\circ$
Using NGC 4993 location	$\leq 28^\circ$	$\leq 28^\circ$
Combined dimensionless tidal deformability $\tilde{\Lambda}$	≤ 700	≤ 700
Dimensionless tidal deformability $\Lambda(1.4M_\odot)$	≤ 800	≤ 1400

17. August 2017

Gravitationswelle einer
Neutronenstern Kollision gemessen!

Die gemessene Gravitationswelle und der darauf folgende hochenergetische Lichtblitz

Der von dem
Gammastrahlen
Detektor FERMI
gemessene
Gammastrahlen
Ausbruch
(1.7 Sekunden später)

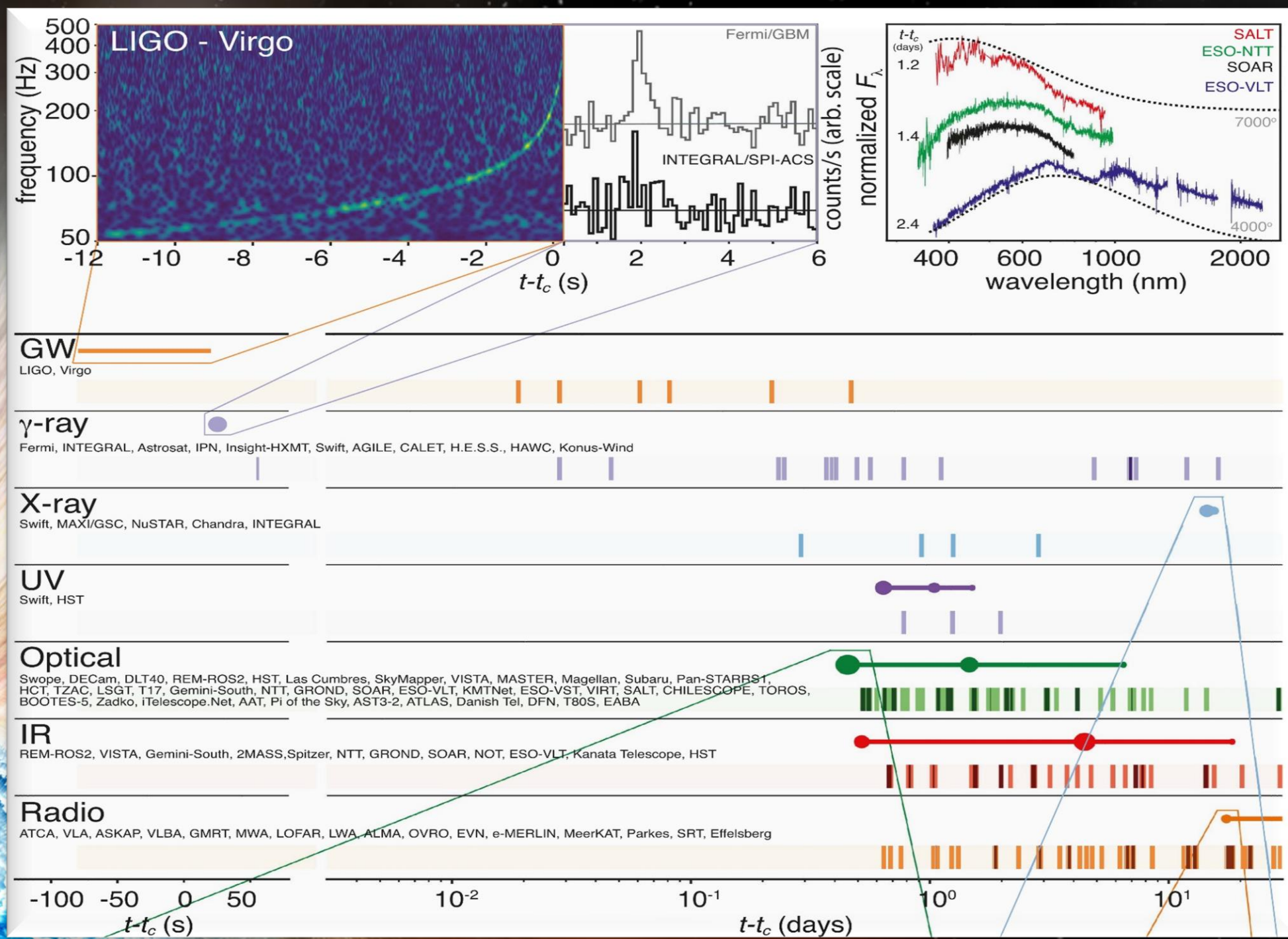


Die von dem
Gravitationswellen
Detektor LIGO
detektierte
Frequenz der
Gravitationswelle

GW170817

Tage, Wochen und Monate später detektierten weltweit unterschiedliche Teleskope (radio, infrarot, optische,...) eine Nachstrahlung dieser Neutronenstern Kollision (eine so genannte Kilonova)

Multi-Messenger Observations of a Binary Neutron Star Merger, LIGO and Virgo Collaborations together with 50 teams of electromagnetic and neutrino astronomers, *Astrophys. J. Lett.* 848, L12 (2017)





Periode des C
(in Newtonsc
Approximati

$$P \sim \sqrt{\frac{a^3}{m_1 + m_2}}$$

Das Musikstück „Opus“ von Eric Prydz verdeutlicht in exzellenter Weise die einzelnen Phasen einer Neutronenstern Kollision. Das gesamte Stück ist ca. 9 Minuten lang, wobei die erste Phase (inspiral phase) bei 3.4 min endet (der Kollisionszeitpunkt) und der Kollapse zum schneller rotierenden hybriden Quarkstern (delayed collapse) sich wohl bei 4.55 min ereignet.

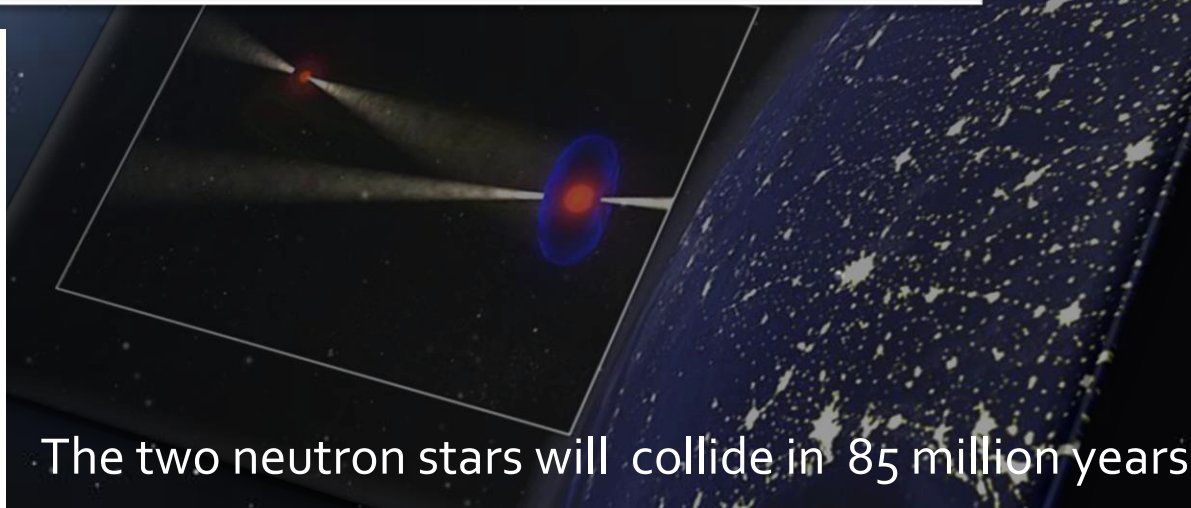
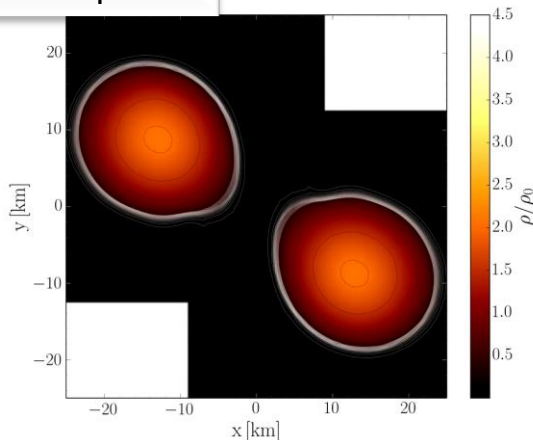
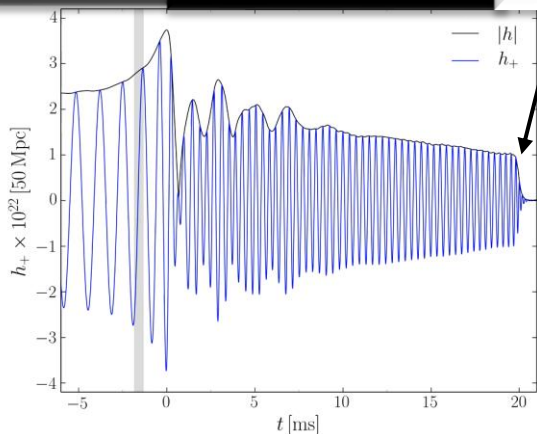
lsar
A/B
2003

Music by
Eric Prydz
Opus
(9 min, inspiral phase ~1/3)

Inspiral phase

Post-merger phase

Gravitational collaps



The two neutron stars will collide in 85 million years

Music by
Eric Prydz
Opus
(9 min, inspiral phase ~1/3)



Binary neutron star systems and gravitational waves

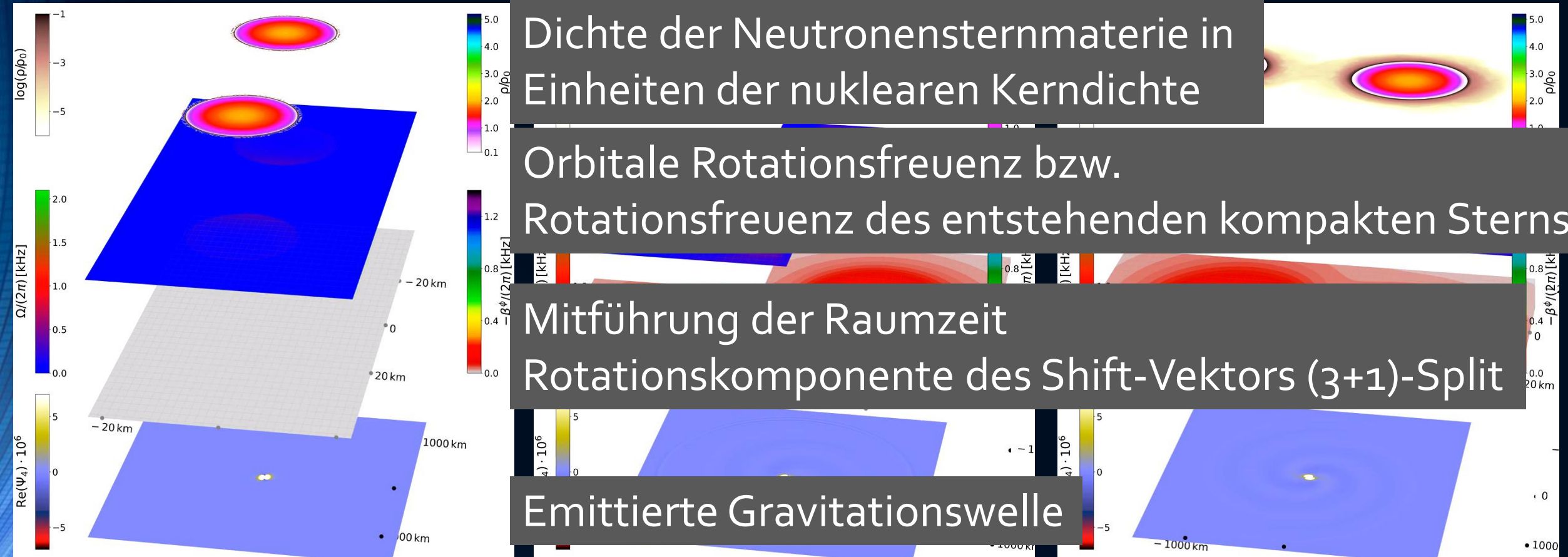
Inspiral Phase

Dichte der Neutronensternmaterie in
Einheiten der nuklearen Kerndichte

Orbitale Rotationsfrequenz bzw.
Rotationsfrequenz des entstehenden kompakten Sterns

Mitführung der Raumzeit
Rotationskomponente des Shift-Vektors (3+1)-Split

Emittierte Gravitationswelle



Computer Simulation of a neutron star merger

Credits: Cosima Breu, David Radice und Luciano Rezzolla

„Opus“ von Eric Prydz
Das Ende der ‚inspiral phase‘ : Der Kollisionszeitpunkt



Log of density

8.5 14



$\lg(\rho)$ [g/cm³]

Temperature

0 50

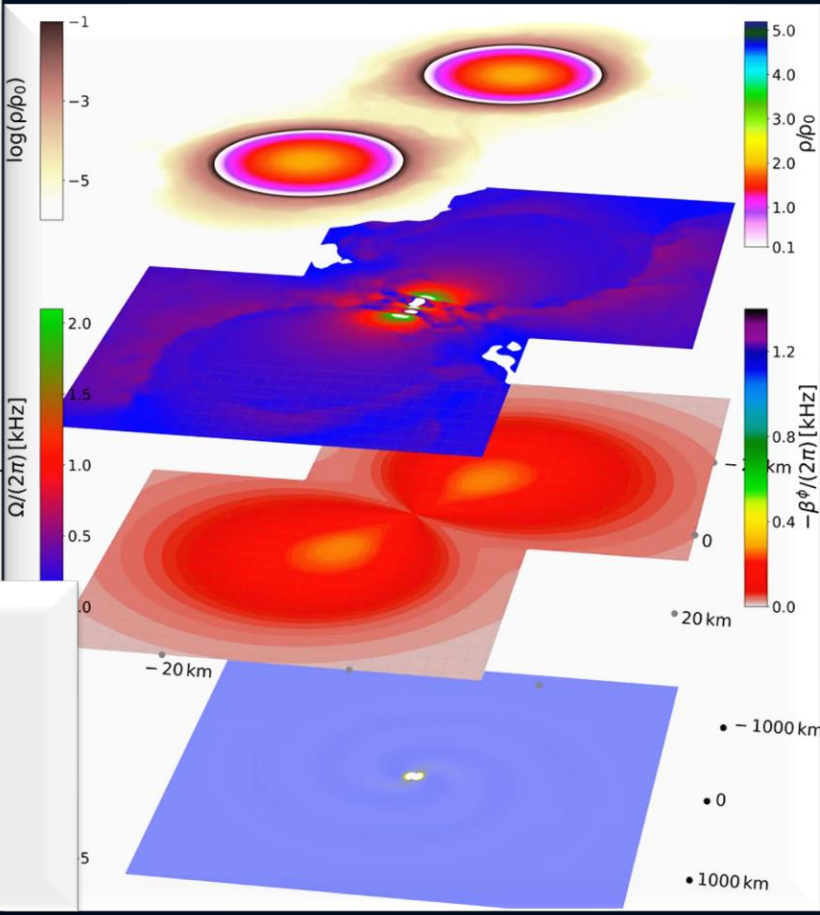
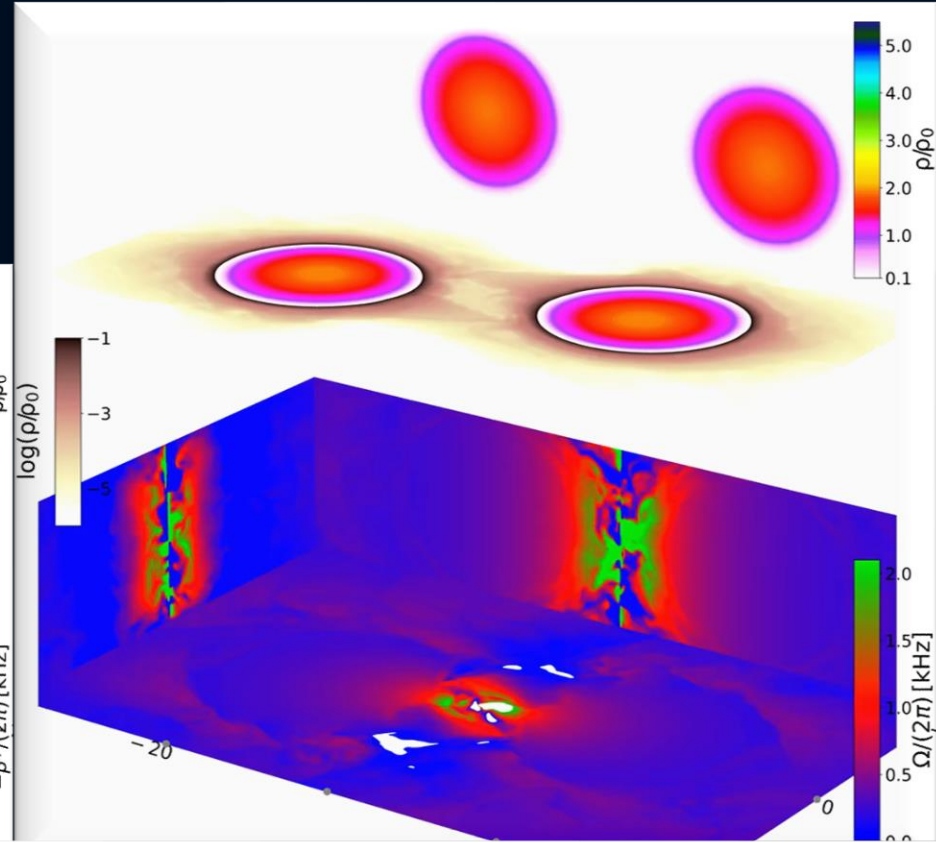
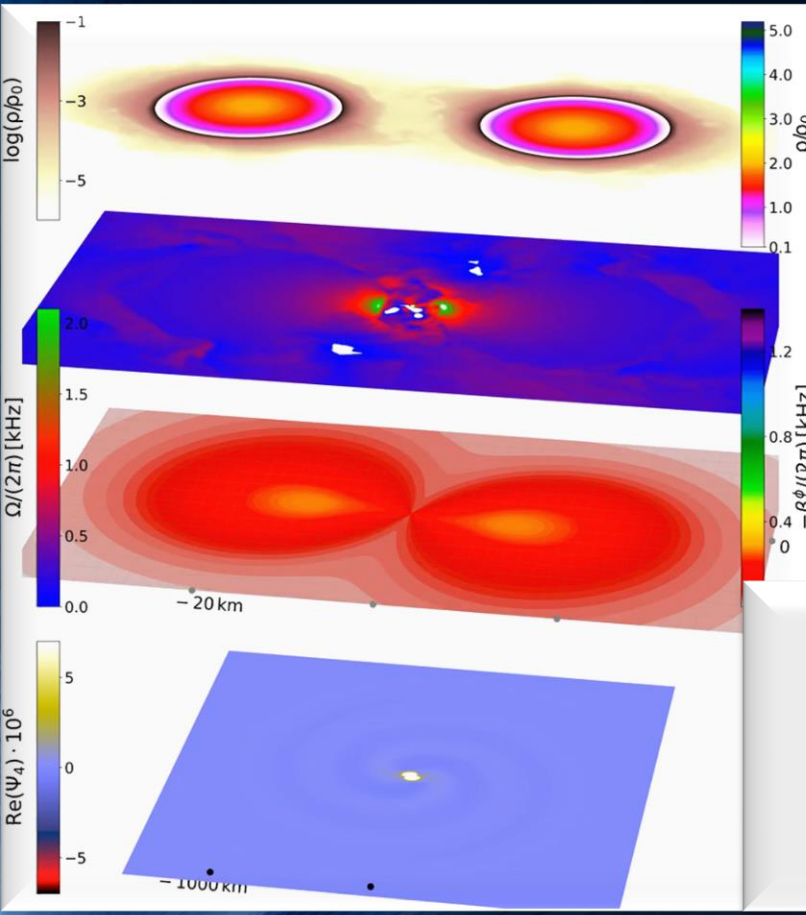


T [MeV]

*With Phase Transition
(version 1) on the xz- and yz-plane*

No Phase Transition

*With Phase Transition
(version 2) -> PTTC*



*„Opus“ von Eric Prydz
Der Kollaps vom hypermassivem
Neutronenstern zum seltsamen
hybriden Quarkstern*

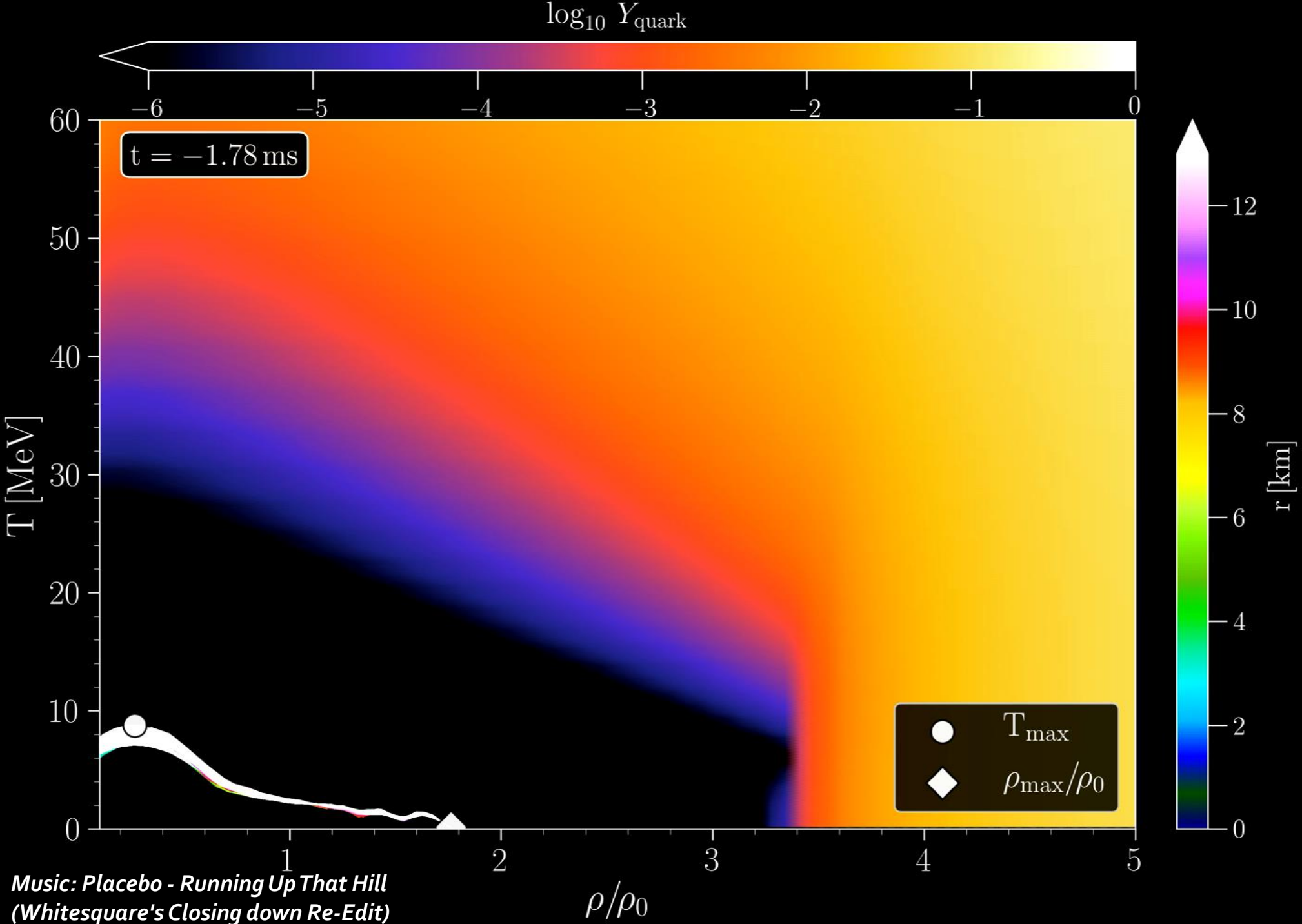
Phase-transition triggered collapse scenario

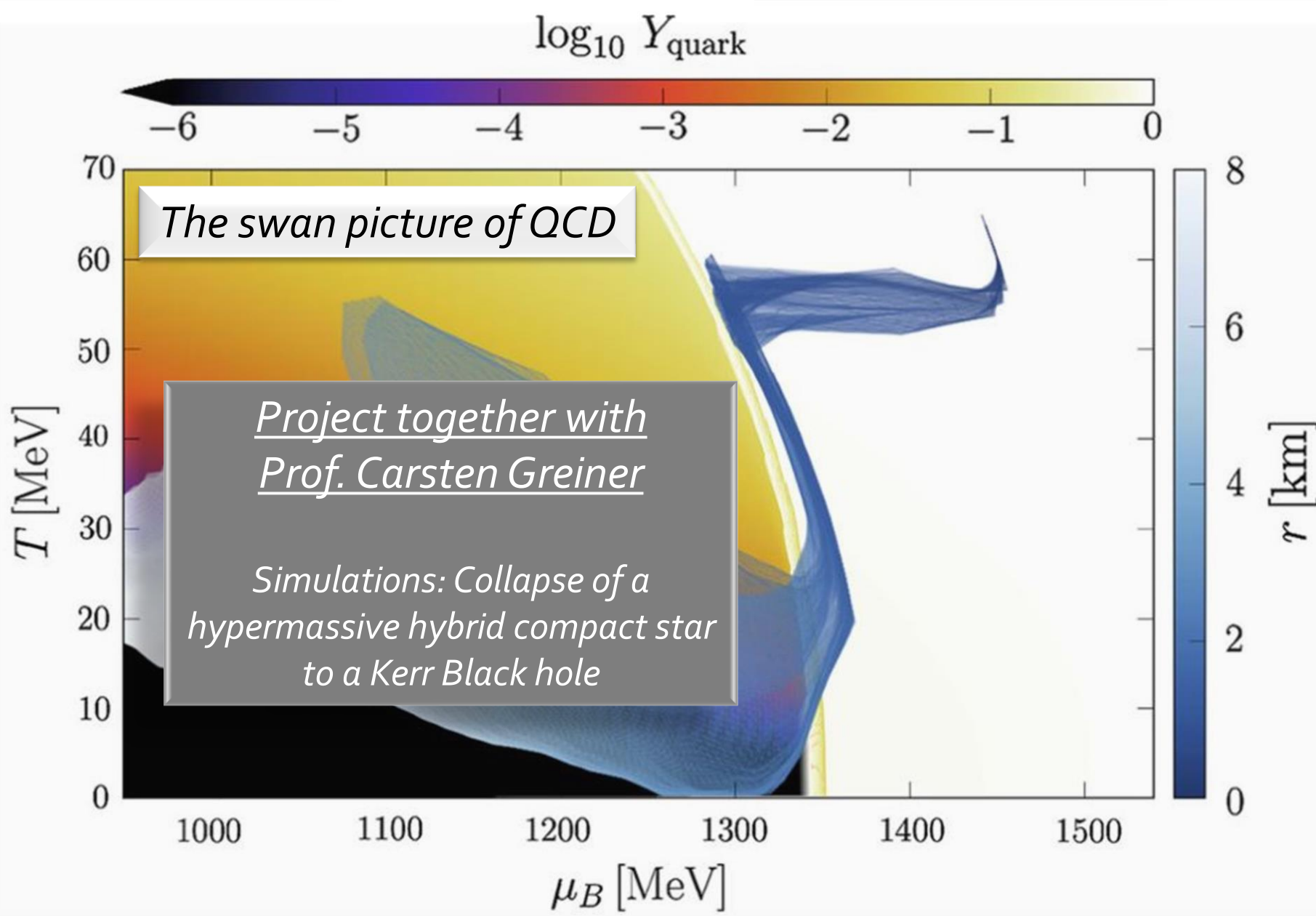
Signatures of quark-hadron phase transitions in general-relativistic neutron-star mergers

ER Most, LJ Papenfort, V Dexheimer, M Hanauske, S Schramm, H Stöcker and L. Rezzolla

Physical review letters 122 (6), 061101 (2019)

Density-Temperature-Composition dependent EOS within the CMFo model.





The swan picture of QCD

Project together with Prof. Carsten Greiner

Simulations: Collapse of a hypermassive hybrid compact star to a Kerr Black hole

E. Most, J. Papenfort, V. Dexheimer, M. Hanauske, H. Stöcker and L. Rezzolla, *On the deconfinement phase transition in neutron-star mergers*
 The European Physical Journal A 56 (2), 1-11 (2020)

A. Motornenko, M. Hanauske, L. Weih, J. Steinheimer and H. Stöcker, *MAGIC: Matter in Astrophysics, Gravitational Waves, and Ion Collisions*. 原子核物理评论, 37(3), 272-282 (2020)

The last picture what an outside observer sees is the frozen picture of a dying swan

$r=2m$ $r=0$ $r=2m$

Figure 1. Spherically symmetrical collapse in the usual Schwarzschild co-ordinates.

Self-drawn space-time diagram by R. Penrose (1965)

R. Penrose in Rivista del Nuovo Ci

Lateral Thoughts, Popular Science Articles:

<http://itp.uni-frankfurt.de/~hанаuske/new/etc/pdf/LateralThoughts.pdf>

<http://itp.uni-frankfurt.de/~hанаuske/new/etc/pdf/MG16-Hanauske.pdf>

The neutronstar merger dance:

<https://itp.uni-frankfurt.de/~hанаuske/TanzNeutronensterne.mp4>

<https://www.physikalischer-verein.de/veranstaltung/der-tanz-der-neutronensterne.html>

Recent scientific articles:

<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/asna.202113994>

<https://inspirehep.net/files/1bd749e8d48a948b39aa6498a63doecd>

<https://link.springer.com/article/10.1140/epjs/s11734-021-00003-5>

<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.124.171103>

<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.99.103009>

<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.122.061101>

<https://journals.aps.org/prl/abstract/10.1103/PhysRevLett.120.041101>

<https://journals.aps.org/prd/abstract/10.1103/PhysRevD.96.043004>

<https://arxiv.org/pdf/2201.13150.pdf>

Probing neutron-star matter in the lab: connecting binary mergers to heavy-ion collisions

Elias R. Most,^{1,2,3} Anton Motornenko,^{4,5} Jan Steinheimer,⁵ Veronica Dexheimer,⁶
Matthias Hanauske,^{4,5} Luciano Rezzolla,^{4,5,7} and Horst Stoecker^{4,5,8}

¹Princeton Center for Theoretical Science, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA

²Princeton Gravity Initiative, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA

³School of Natural Sciences, Institute for Advanced Study, Princeton, NJ 08540, USA

⁴Institut für Theoretische Physik, Goethe Universität, D-60438 Frankfurt am Main, Germany

⁵Frankfurt Institute for Advanced Studies, Giersch Science Center, D-60438 Frankfurt am Main, Germany

⁶Department of Physics, Kent State University, Kent, OH 44243, USA

⁷School of Mathematics, Trinity College, Dublin 2, Ireland

⁸GSI Helmholtzzentrum für Schwerionenforschung GmbH, D-64291 Darmstadt, Germany

(Dated: February 1, 2022)

As a way to find analogies and differences in the dynamics of hot and dense matter under extreme conditions, we present the first self-consistent relativistic-hydrodynamic calculations of both neutron-star mergers and low-energy heavy-ion collisions employing the same equation of state. By a direct comparison of the evolution of quantities such as temperature, entropy, and density, we show that neutron-star collision regimes can be probed directly at GSI beam energies. We provide concrete evidence that the physical conditions reached in binary neutron-star mergers can be studied in present and future laboratory experiments, thus bridging 18 orders of magnitude in length scale, from microscopic ion collisions to macroscopic astrophysical compact objects.

