

Übungen zur Vorlesung Quantenmechanik 2

Sommersemester 2010

Blatt 1, Abgabetermin: 19.04.10, 14 Uhr (8 Punkte)

(Abgabe im Briefkasten vor dem Sekretariat, Phys 01.132)

Aufgabe 1: Dirac-Notation, Dichtematrizen (5 Punkte)

Betrachten Sie ein System im Raum der drei normierten Zustände

$$|\Psi_1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad |\Psi_2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \text{und} \quad |\Psi_3\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

a) Die drei Zustände $|\Psi_i\rangle$ seien Eigenzustände des Operators \hat{A} mit Eigenwerten a_i , d.h. $\hat{A}|\Psi_i\rangle = a_i|\Psi_i\rangle$. Bestimmen Sie $\hat{A}|\tilde{\Psi}\rangle$ sowie den Erwartungswert $\langle\tilde{\Psi}|\hat{A}|\tilde{\Psi}\rangle$ für den Zustand $|\tilde{\Psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_2\rangle + |\Psi_3\rangle)$.

b) Bestimmen Sie die Dichtematrix für den gemischten Zustand

$$\hat{\rho} = \frac{1}{3}|\Psi_1\rangle\langle\Psi_1| + \frac{2}{3}|\tilde{\Psi}\rangle\langle\tilde{\Psi}| \quad \text{mit} \quad |\tilde{\Psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\Psi_2\rangle + |\Psi_3\rangle).$$

c) Bestimmen Sie den Erwartungswert des Operators

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & i \\ 1 & -i & 3 \end{pmatrix}$$

in dem gemischten Zustand $\hat{\rho}$, sowie in dem reinen Zustand $|\tilde{\Psi}\rangle$.

Aufgabe 2: Anti-Kommutator (3 Punkte)

Der Zustand $|\Psi\rangle$ sei ein simultaner Eigenzustand der beiden hermiteschen Operatoren \hat{A} und \hat{B} . Die beiden Operatoren seien anti-kommutierend, d.h. es gelte

$$\{\hat{A}, \hat{B}\} = \hat{A}\hat{B} + \hat{B}\hat{A} = 0.$$

Welche Aussage läßt sich über die zu dem Zustand $|\Psi\rangle$ gehörigen Eigenwerte von \hat{A} und \hat{B} machen? Zeigen Sie, dass der Impulsoperator \hat{p} und der Paritätsoperator \hat{P} anti-kommutieren und diskutieren Sie das Ergebnis.